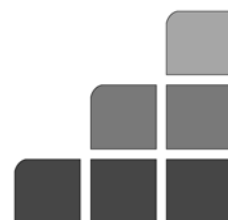


Studieanvisning till

Matematik 3000 kurs C/Komvux

ISBN 91-27-51027-1



Förord

Vår ambition med denna studiehandledning är att den skall guida dig genom boken Matematik 3000 kurs C/Komvux av Lars-Eric Björk, Hans Brolin och Roland Munther. Vi beskriver kortfattat vad kapitlen handlar om och när det är dags att skicka in kursens fem studiearbeten. Viktiga begrepp som du måste förstå är understruken. Gör gärna en egen liten ordlista där du med egna ord skriver ner vad dessa begrepp betyder.

Lycka till med studierna önskar matematiklärarna på Nationellt centrum för flexibelt lärande.

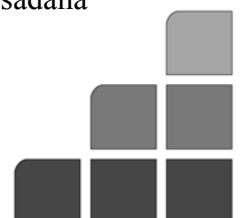
Hur använder jag kursboken?

1. Läs ”Till lärare och elever” före innehållsförteckningen. Där skriver författarna hur boken är upplagd och hur de har tänkt att boken ska användas.
2. Titta sedan i innehållsförteckningen och skaffa dig en överblick över vilka moment som ingår i kursen. Gör upp en personlig tidsplan för dina studier: När tänker du starta kursen och när skall du avsluta kursen. Däremellan skall du göra insändningsuppgifterna och skicka dem till din lärare. Kom ihåg att planera in tid till repetition också.
3. Läs studiehandledningen som kommer direkt efter innehållsförteckningen.
4. Studera momentet problemlösning på nästa sida. Håll det som står där aktuellt oavsett vilka problem du löser.

Sedan är det dags att ta itu med räknandet. Då du börjar med ett nytt kapitel i boken (moment i kursen) gör du så här.

- Läs **studiehandledningen** i början av kapitlet för att få en överblick av vad du skall kunna när kapitlet är klart. Där kopplas innehållet ihop med Skolverkets kursplan. Därefter läser du **sammanfattningen** i slutet av kapitlet för att få en mer konkret bild av vad du ska kunna när kapitlet är klart.
- Varje kapitel innehåller ett antal färdiglösta exempel i **blå text**. Studera dem noga och hör av dig till din lärare om du inte förstår dem.
- Gör uppgifterna som finns i boken. Om du tycker att det är lätta uppgifter och/eller för mycket likadana uppgifter så gör bara varannan eller var tredje uppgift så att du kommer framåt. Räkna sedan de överhoppade övningarna när du repeterar. Ta kontakt med din lärare om du inte förstår hur man kommer fram till det svar som finns i bokens facit.
- Efter sammanfattningen finns *Blandade övningar*. Spara med att göra dem tills det börjar bli dags för examinationen. När man repeterar är det bra att lösa några nya uppgifter som man inte sett förut.

De uppgifter som finns under rubriken "Problemlösning" är bra övningar. Lös några sådana lite nu och då under kursens gång.



Kapitel 1, Algebra och funktioner

Läs först studiehandledningen på sidan 12. Titta sedan igenom sammanfattningen på sidorna 72-73 för att bilda dig en mer detaljerad uppfattning om innehållet i kapitlet.

Studieenhet Funktioner, del 1

1.1 Polynom

I detta avsnitt repeteras begreppet polynom, räkneregler för polynom, faktorisering av polynom samt polynom i faktorform och lösning av andragradsekvationer. Avsnittet är viktigt för hela kursen, färdigheterna kommer att behövas fler gånger så håll detta aktuellt.

1.2 Rationella uttryck

Här kommer ett nytt begrepp, ”rationellt uttryck”. Med det menas ett uttryck med ett polynom i nämnaren t ex $\frac{3x-7}{2-x}$ och $\frac{4}{x^2-3}$.

När man arbetar med rationella uttryck måste man hålla i minnet att dessa inte är definierade för de x -värden som gör att nämnaren blir lika med noll. I det första exemplet ovan är uttrycket ej definierat för $x = 2$, i det andra är uttrycket ej definierat för $x = \sqrt{3}$. Vissa x -värden ingår alltså inte i funktionens definitionsområde. Endast tal ur en funktions definitionsområde kan generera tal till funktionens värdemängd.

I övrigt är det repetition och fördjupning av bråkräkning:

- Förkortning och förlängning av bråk
- Addition och subtraktion av bråk
- Multiplikation och division med bråk

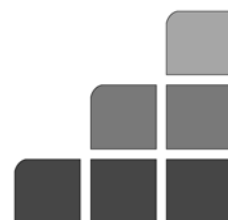
1.3 Funktionsbegreppet

Från och med nu används den allmänna beteckningen $f(x)$ för funktioner av x (står det $f(t)$ är det en funktion av t). Denna beteckning är mycket vanlig, därför är det viktigt att du förstår den. Uppgifterna på sid 40-41 är mycket viktiga.

I övrigt är det repetition av linjära funktioner och andragradsfunktioner.

Nu är det dags att göra test 1:1A på sidan 46. Följ anvisningarna i rutan längst ner till höger när du är klar. Om det var svårt att klara test 1:1B kontaktar du din lärare så kan du få fler uppgifter att öva på innan du går vidare.

För att du skall känna att du är igång med dina studier är det dags att göra det första studiearbetet, Repetition och algebra, och skicka till din lärare nu.



Studieenhet Funktioner, del 2

1.4 Exponential- och potensfunktioner

Exponentialfunktioner är mycket viktiga när man studerar eller gör kalkyler för sådant där tillväxten eller minskningen är en konstant procentuell förändring. T ex om värdeminskningen på en bil är 11% per år, hur mycket är den värd om 7 år om den idag är värd 60000 kr?

Potenslagarna från A-kursen repeteras och du får träna på att lösa andragradsekvationer på ett annat sätt än med pq-formeln.

Tidigare har du lärt dig att lösa andragradsekvationer t ex

$$x^2 = 14 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{14}$$

Här lär du dig ett likvärdigt sätt att skriva "roten ur x " genom att använda potenslagarna för tal med rationella exponenter (exponenter i form av bråk). Ovanstående ekvation kan därför även lösas så här

$$x^2 = 14 \quad \Rightarrow \quad x = 14^{1/2}$$

Ekvationer av högre grad kan lösas på motsvarande sätt

$$x^5 = 63 \quad \Rightarrow \quad x = 63^{1/5}$$

$$x^{2/3} = 87 \quad \Rightarrow \quad x = 87^{3/2}$$

1.5 Logaritmer

Här får du lära dig logaritmlagarna och att lösa exponentialekvationer med hjälp av logaritmer. Det gäller samma sak som alltid för ekvationslösning: det du gör med höger led måste du också göra med vänster led. Här gäller alltså att logaritmerar du höger led måste du logaritmera vänster led. Det spelar ingen roll om du använder naturliga logaritmer, \ln , eller tio-logaritmer, \lg (log på miniräknaren) när du löser problemen så länge som du är konsekvent och använder samma logaritmsystem i vänster led och höger led, se exemplen nedan.

$$3^x = 57$$

$$\ln 3^x = \ln 57$$

$$x \ln 3 = \ln 57$$

$$x = \frac{\ln 57}{\ln 3} \approx 3,68$$

$$3^x = 57$$

$$\log 3^x = \log 57$$

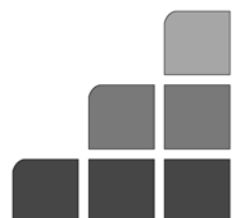
$$x \log 3 = \log 57$$

$$x = \frac{\log 57}{\log 3} \approx 3,68$$

Logaritmlagarna finns även i formelsamlingen.

Gör test 1:2A på sidan 71. Avsnitten "Arbeta utan räknare 1" på sidorna 76-77 och "Problemlösning 1" på sidan 78 är mycket bra övningar som tränar huvudräkning och analytisk förmåga. Om du vill kan du spara de blandade övningarna tills du skall repetera kursen inför provet.

Gör nu studiearbete 2, Funktioner, och skicka det till din lärare.



Studieenhet Derivator, del 1

Kapitel 2, Förändringshastigheter och derivator

Läs först studiehandledningen på sidan 80. Titta sedan igenom sammanfattningen på sidorna 124-125 för att skaffa dig en mer detaljerad uppfattning om innehållet i kapitlet.

2.1 Förändringshastigheter

Detta avsnitt förbereder dig för kursens absolut viktigaste moment: derivator. Här studerar du kurvors genomsnittliga lutning i ett visst intervall, den så kallade ändringskvoten. Du har tidigare räknat med sådana på B-kursen då du bestämde lutningen för en rät linje, nu är det fråga om att bestämma lutningen på en krökt kurva. Ändringskvoten för det aktuella intervallet är i själva verket inget annat än riktningskoefficienten för den räta linje som går genom de två punkter på kurvan som begränsar intervallet.

Ändringskvoten kallas ibland för differenskvoten, en mycket bra beskrivning av vad det är

fråga om; kvoten mellan två differenser $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Författarna visar även hur man går tillväga för att bilda sig en uppfattning om hur mycket en kurva lutar i en punkt. Den räta linje som går genom denna punkt på kurvan och lutar lika mycket som kurvan lutar kallas kurvans tangent (den bara tangerar kurvan, se gärna på bilden på sidan 91 i boken).

2.2 Begreppet derivata

Derivatans definition och tolkning är troligtvis helt nya områden inom matematiken för dig såvida du inte läst denna kurs förut. Ta därför god tid på dig att läsa, räkna och förstå detta avsnitt, särskilt sid 90-92. Dra dig inte för att ta kontakt med din lärare om du tycker att detta är svårt.

Derivat av en funktion talar om hur värdet av funktionen ändrar sig i en viss punkt. Om funktionen är $f(x)$ skrivs derivatan $f'(x)$. Då betyder $f'(3)$ riktningkoefficienten för den linje som precis tangerar kurvan då $x = 3$. Eftersom denna speciella linje endast tangerar kurvan kallas den för tangent. Observera att $f'(x)$ är en konstant om $f(x)$ är en linjär funktion, om $f(x)$ är en icke-linjär funktion är även $f'(x)$ en funktion av x (kurvan lutar ju olika mycket på olika ställen).

Många avancerade beräkningar, både inom teknik och ekonomi, bygger på att man kan räkna på hur olika storheter varierar med t ex tiden. Tänker du studera mer matematik eller ämnen där matematik är ett viktigt verktyg på gymnasienivå eller högre så kommer du garanterat att stöta på derivator en hel del. Passa på att lägga en bra grund redan nu, det lönar sig.

Nu är det dags att göra test 2:1A på sidan 100.

2.3 Deriveringsregler

En viktig bit av matematiken är att upptäcka mönster och ur dem kunna dra allmängiltiga slutsatser. Dessa slutsatser kallas ofta regler (t ex konjugatregeln) eller satser (t ex Pythagoras sats). Om du tar fram derivator för olika funktioner enligt definitionen ett antal gånger



kommer du att kunna se matematiska mönster som kan sammanfattas till regler. Eftersom många redan har gjort det behöver du inte göra det om du inte vill, det viktigaste är att du kan tillämpa dessa deriveringsregler. Deriveringsreglerna finns på sidan 103 (polynomfunktioner), sidan 110 (potensfunktioner) samt sidorna 112 och 114 (exponentialfunktioner) i läroboken. Dessa regler finns även i din formelsamling. Att kunna använda deriveringsreglerna är ett absolut krav för att bli godkänd på kursen.

Gör test 2:2A på sidan 120. Avsnitten "Arbeta utan räknare 2" på sidorna 122-123 och "Problemlösning 2" på sidan 130 är mycket bra övningar som tränar huvudräkning och analytisk förmåga. Om du vill kan du spara de blandade övningarna tills du repeterar kursen inför provet.

Nu är det dags att göra studiearbete 3, Förändringskvoter och derivator, och skicka till din lärare.

Studieenhet Derivator, del 2

Kapitel 3, Kurvor och derivator

Läs först studiehandledningen på sidan 132. Titta sedan igenom sammanfattningen på sidorna 166-167 för att bilda dig en mer detaljerad uppfattning om innehållet i kapitlet. Träna även på att använda din grafritande räknare, både för att lösa uppgifter och för att kolla om du verkar ha räknat rätt för hand.

3.1 Vad säger förstaderivatan om grafen?

Här får du lära dig hur man med hjälp av derivator kan undersöka en kurvas utseende. Tecknet, + eller -, för derivatan $f'(x)$ avgör om funktionen är växande (om x ökar så ökar $f(x)$) eller avtagande (om x ökar så minskar $f(x)$).

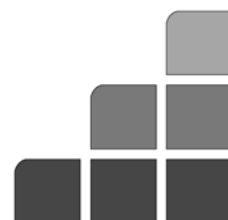
| Derivatans tecken | Funktionen är | Tangentens riktningskoefficient |
|-------------------|---------------|---------------------------------|
| positiv | växande | positiv |
| negativ | avtagande | negativ |

För det x där derivatan $f'(x) = 0$ har funktionen $f(x)$ en lokal maximipunkt, lokal minimipunkt eller en terasspunkt. Genom att undersöka tecknet på derivatan kring detta x -värde kan man ta reda på vilken typ av punkt det är.

| Teckenväxling | Punkt |
|---------------|-------------|
| +0- | maximipunkt |
| -0+ | minimipunkt |
| +0+, -0- | terasspunkt |

Då koordinaterna efterfrågas för funktionens extremvärden och/eller terasspunkter gör man så här:

- x -koordinaten är det x för vilket $f'(x) = 0$,
- y -koordinaten är det värde du får då du sätter in x -koordinaten i $f(x)$.



Ibland efterfrågas funktionens största och minsta värde inom ett givet intervall. Då måste även $f(x)$ på intervallgränsen beräknas eftersom dessa funktionsvärden kan vara större än lokala maxima eller mindre än lokala minima i intervallet.

Nu är det dags att göra test 3:1A på sidan 146.

3.2 Derivator och tillämpningar

Här löser du beräkningsproblem från olika områden som t ex geometri, ekonomi och biologi med hjälp av derivator.

Gör test 3:2A på sidan 162. Avsnitten "Arbeta utan räknare 3" på sidorna 164-165 och "Problemlösning 3" på sidan 170 är bra övningar som tränar huvudräkning och analytisk förmåga. Om du vill kan du spara de blandade övningarna tills du repeterar kursen inför provet.

Nu är det dags att göra studiearbete 4, Derivator och kurvor, och skicka till din lärare. Det är också dags att anmäla sig till den avslutande examinationen.

Studieenhet Summor

Kapitel 4, Talföljder och summor

Läs först studiehandledningen på sidan 172. Titta sedan igenom sammanfattningen på sidan 195 för att bilda dig en mer detaljerad uppfattning om innehållet i kapitlet.

4.1 Talföljder

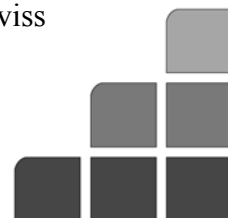
Talföljder är följder av tal som skrivs i en viss ordning och där varje tal bildats efter någon regel. Dessa regler kan se ut på många sätt. Regeln kan till exempel vara att nästa tal i följd är 5 större än det föregående: 2, 7, 12... (exempel på en aritmerisk talföjd) eller att nästa tal är tre gånger så stort som det föregående: 2, 6, 18, 54... (exempel på en geometrisk talföjd). Sådana regler kan sammanfattas i formler när man väl har upptäckt mönstret i talföljden. I detta avsnitt tränar du både att räkna ut vad ett tal i en talföjd skall bli med hjälp av en färdig formel och att själv finna mönstret och sammanfatta det i en formel.

4.2 Summor

Ofta är man intresserad av att summera alla tal i en begränsad talföljd. När det gäller summan för aritmetiska talföljder (där differensen är konstant mellan två på varandra följande tal) och när det gäller summan för geometrisk talföljder (där kvoten är konstant mellan två på varandra följande tal) finns det färdiga formler hur man relativt snabbt och enkelt gör sina beräkningar. I boken presenteras dessa formler och man visar också hur man själv kan komma fram till dessa formler. Givetvis finns dessa summaformler även i formelsamlingen.

4.3 Tillämpningar

Geometrisk summor är användbara t ex om man vill räkna hur mycket pengar man har på ett bankkonto efter ett antal år om räntan är konstant och man under tiden sätter in ett visst bestämt belopp med jämna mellanrum eller för att beräkna koncentrationen av ett läkemedel i kroppen som tillförs satsvis (t ex injiceras) samtidigt som det även bryts ner med en viss hastighet.



4.4 Kalkylmodeller

Här visas viktiga principer för hur kalkylprogram fungerar. Träna på att skriva och använda formler i kalkylblad och låt datorn göra massor av upprepade (uttråkande) rutinberäkningar. Du skall tänka och maskinen räkna.

Gör test 4 på sidan 190. Avsnitten "Arbeta utan räknare 4" på sidorna 192-193 och "Problemlösning 4" på sidan 194 är bra övningar som tränar huvudräkning och analytisk förmåga. Om du vill kan du spara de blandade övningarna tills du repeterar kursen inför provet.

Nu är det dags att göra studiearbete 5, Talfölder och summor, som du skickar till din lärare i vanlig ordning. Därefter repeterar du kursen.

Alla studiearbeten skall vara bedömda innan du kan delta i examinationen!

