

## Kapitel 3.1

**3101** Exempel som löses i boken.

**3102, 3103, 3104** Se facit.

**3105, 3106** Se bokens ledning och facit.

**3107** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3108** Exempel som löses i boken.

**3109** a)  $y(x) = x^2 - 8x + 13$   
 $y'(x) = 2x - 8 = 0$   
 $x = 4$

b) Bestäm  $y$ -koordinaten genom att sätta in  $x = 4$  i  $y(x)$   
 $y(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 13 = -3$   
→ Extrempunkt i  $(4, -3)$

c) Sätt in ett tal, vilket som helst som är mindre än 4, i  $y'(x)$  och se om resultatet är ett positivt eller negativt tal. Välj gärna ett tal som är lätt att räkna med.  
Exempelvis  $y'(0) = 2 \cdot 0 - 8 < 0$  → tecknet är -

d) Sätt in ett tal, vilket som helst som är större än 4, i  $y'(x)$  och se om resultatet är ett positivt eller negativt tal. Välj gärna ett tal som är lätt att räkna med.  
Exempelvis  $y'(10) = 2 \cdot 10 - 8 > 0$  → tecknet är +

e) Teckenföljden är  $- 0 +$  → Minimipunkt

Stämmer med det du nog kommer ihåg om andragsgradsfunktioner från B-kursen: Positiv koefficient till andragsgradstermen betyder att funktionen tar ett minimivärde (grafens formen av en glad mun).


**3110** a)  $y(x) = 24 + 12x - 3x^2$   
 $y'(x) = -6x + 12 = 0$   
 $x = 2$

b) Bestäm  $y$ -koordinaten genom att sätta in  $x = 2$  i  $y(x)$   
 $y(2) = 24 + 12 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 36$   
→ Extrempunkt i  $(2, 36)$

c) Sätt in ett tal som är mindre än 2 och ett som är större än 2 i  $y'(x)$  och se om resultatet blir ett positivt eller negativt tal. Välj tal som är lätt att räkna med.  
Exempelvis  $y'(0) = -6 \cdot 0 + 12 > 0$  → tecknet är + och  
exempelvis  $y'(10) = -6 \cdot 10 + 12 < 0$  → tecknet är -

Teckenföljden är  $+ 0 -$  → Maximipunkt

### Kompletterande lösningsförslag och ledningar, Matematik 3000 kurs C, kapitel 3

- 3111** Räkna på samma sätt som i uppgifterna 3108-3110. Se resultatet i facit. Kontakta din lärare om du behöver mer hjälp.
- 3112** a) Tangenterna till grafen har positiv riktningskoefficient,  $f'(x) > 0$ , funktionen är växande för  $x > 5$ .  
b) Tangenterna till grafen har negativ riktningskoefficient,  $f'(x) < 0$ , funktionen är växande för  $0 < x < 5$ .
- 3113** Se bokens ledning.  
a)  $-0+$  → minimipunkt  
b)  $+0-$  → maximipunkt  
c) Se facit.
- 3114** a)  $f(x) = 48x - x^3$   
 $f'(x) = 48 - 3x^2$   
 $48 - 3x^2 = 0$   
 $16 - x^2 = 0$   
 $x_{1,2} = \pm 4$
- b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 13$   
 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$   
 $3x^2 - 6x - 24 = 0$   
 $x^2 - 2x - 8 = 0$   
 $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+8} = 1 \pm 3$
- 3115** a)  $f(x) = x^3 - 12x \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12$   
 $f'(x) = 0$   
 $3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0$   
 $x_{1,2} = \pm 2$
- b) Sätt in  $x = -2$  i  $f(x) = x^3 - 12x \rightarrow f(-2) = (-2)^3 - 12 \cdot (-2) = -8 + 24 = 16$   
Sätt in  $x = 2$  i  $f(x) = x^3 - 12x \rightarrow f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 = 8 - 24 = -16$
- c) 1. Sätt in något  $x$ -värde som är mindre än  $-2$  i  $f'(x)$ .  
Exempelvis  $x = -10 \rightarrow f'(-10) = 3 \cdot (-10)^2 - 12 = 300 - 12 > 0$   
2. Sätt in något  $x$ -värde som är mellan  $-2$  och  $2$  i  $f'(x)$ .  
Exempelvis  $x = 0 \rightarrow f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 = 0 - 12 < 0$   
3. Sätt in något  $x$ -värde som är större än  $2$  i  $f'(x)$ .  
Exempelvis  $x = 10 \rightarrow f'(10) = 3 \cdot 10^2 - 12 = 300 - 12 > 0$
- d) Teckenväxlingen är  $+0-0+$  ger kurvformen är   
Maximivärde för  $x = -2$   
Minimivärde för  $x = 2$
- 3116** Räkna på samma sätt som i uppgift 3115. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.
- 3117** Det grundläggande sättet att lösa en sådan här uppgift är att söka upp extrempunkter med hjälp av derivatan, dvs lösa ekvationen ”derivatan = 0” och sedan göra en värdetabell.

Att räkna ut många funktionsvärden i en värdetabell för hand, kan var ganska arbetsamt och 'tråkigt'. Ta hjälp av en grafisk miniräknare genom att räkna med listor eller använd något lämpligt dataprogram.

Se kurvorna i facit.

**3118, 3119** Se uppgift 3117

**3120** Grafen ser ut att bara ha ett extremvärde, i detta fall ett minimivärde. Därför bör man misstänka att det är en andragradsfunktion med positiv koefficient framför andragradstermen. → uppfylls endast av funktion c.

Studerar man grafen närmare ser man också att symmetrilinjen går genom  $x = 1$

→ uppfylls endast av funktion c

och att den har nollställena vid  $x = -1$  och  $x = 3$  → uppfylls endast av funktion C.

**3121** a)  $f(x) = x^3 - 21x^2 + 1$   
 $f'(x) = 3x^2 - 42x = 3x(x - 14)$   
 $f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 14 \end{cases}$   
 $f(0) = 0^3 - 21 \cdot 0^2 + 1 = 1$   
 $f(14) = 14^3 - 21 \cdot 14^2 + 1 = -1371$

De lokala extremvärdena är 1 och  $-1371$ . Eftersom  $1 > -1371$  är punkten  $(0, 1)$  ett maximivärde och punkten  $(14, -1371)$  ett minimivärde.

b)  $f(x) = 2x^3 - 18x^2 - 42x + 3$   
 $f'(x) = 6x^2 - 36x - 42 =$   
 $f'(x) = 6(x^2 - 6x - 7)$   
 $f'(x) = 0 \rightarrow x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9+7}$   
 $\begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

$$f(7) = 2 \cdot 7^3 - 18 \cdot 7^2 - 42 \cdot 7 + 3 = -487$$

$$f(-1) = -2 - 18 + 42 + 3 = 25$$

De lokala extremvärdena är 25 och  $-487$ . Eftersom  $25 > -487$  är punkten  $(-1, 25)$  ett maximivärde och punkten  $(7, -487)$  ett minimivärde.

**3122** Räkna som i uppgift 3221.

**3123, 3124** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3125** Se uppgift 3221.

**3126** Se bokens ledning.

**3127, 3128, 3129** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3130** a) **Ledning:** Vilken term ger det största bidraget till summan om  $|x|$  är stort? Undersök själv genom att sätta in ett riktigt höga värden på  $x$ .

b) **Ledning:** Vilken termer ger det största bidraget till summan om  $|x|$  är litet? Undersök själv genom att sätta in värden på  $x$  som är väldigt nära noll.

d) Se facit

**3131** För stora  $|x|$  dominerar  $x^3$ -termen. För små  $|x|$  är  $y \approx 1$ . Se facit.

3132, 3133 Se facit.

- 3134 a) **Ledning:** Vilken term ger det största bidraget till summan om  $|x|$  är stort? Undersök själv genom att sätta in ett riktigt höga värden på  $x$ .
- b) **Ledning:** Vilken termer ger det största bidraget till summan om  $|x|$  är litet? Undersök själv genom att sätta in värden på  $x$  som är väldigt nära noll.
- d) Se facit

3135 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3136 Se bokens ledning.

3137 En allmän formel för en tredjegradekvation är  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . För stora värden på  $|x|$  dominerar tredjegradstermen.

Grafen till en tredjegradsfunktion ser oftast ut som  $\searrow \nearrow \searrow$  eller  $\nearrow \searrow \nearrow$ .

Vilket tecken har funktionsvärdet för stora negativa tal? Testa med t ex  $x = -100000$ .  
 Vilket tecken har funktionsvärdet för stora positiva tal? Testa med t ex  $x = 100000$ .

3138, 3139, 3140 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3141 Exempel som löses i boken.

3142, 3143 Se facit. Hör av dig till din lärare om du behöver hjälp.

- 3144 a) I extrempunkterna och på intervallgränserna.  
 b) Se facit.

$$\left. \begin{aligned} f(0,5) &= 0,5^3 - 6 \cdot 0,5^2 + 9 \cdot 0,5 + 3 = 6,125 \\ f(1) &= 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 3 = 7 \\ f(3) &= 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 3 = 3 \\ f(4,5) &= 4,5^3 - 6 \cdot 4,5^2 + 9 \cdot 4,5 + 3 = 13,125 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{max: } 13,125, \text{ min: } 3$$

3145  $f(x) = 2x^3 - 24x + 8 \rightarrow f'(x) = 6x^2 - 24$   
 $f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow x_{1,2} = \pm 2$

Bestäm  $f(-4,1)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3,9)$

$$\left. \begin{aligned} f(-4,1) &= 2 \cdot (-4,1)^3 - 24 \cdot (-4,1) + 8 = -31,442 \\ f(-2) &= 2 \cdot (-2)^3 - 24 \cdot (-2) + 8 = 40 \\ f(2) &= 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 + 8 = -24 \\ f(3,9) &= 2 \cdot 3,9^3 - 24 \cdot 3,9 + 8 = 33,038 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{max: } 40, \text{ min: } -31,442$$

3146 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3147**  $f(x) = 4x^3 - 390x^2 + 12000x \rightarrow f'(x) = 12x^2 - 790x + 12000$   
 $f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 65x + 1000 = 0 \rightarrow x_{1,2} = 32,5 \pm \sqrt{32,5^2 - 1000}$   
 $\begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = 40 \end{cases}$

Bestäm  $f(18)$ ,  $f(25)$ ,  $f(40)$ ,  $f(50)$

$$\left. \begin{aligned} f(18) &= 4 \cdot 18^3 - 390 \cdot 18^2 + 12000 \cdot 18 = 112968 \\ f(25) &= 4 \cdot 25^3 - 390 \cdot 25^2 + 12000 \cdot 25 = 118750 \\ f(40) &= 4 \cdot 40^3 - 390 \cdot 40^2 + 12000 \cdot 40 = 112000 \\ f(50) &= 4 \cdot 50^3 - 390 \cdot 50^2 + 12000 \cdot 50 = 125000 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{max: } 112000, \text{ min: } 125000$$

**3148** Se lösningsförslag i facit.

## Kapitel 3.2

**3201** Exempel som löses i boken.

**3202** Ställ upp funktionen:  $y(t) = -4,8t^2 + 9,6t + 38,2$

Ange definitionsmängden: Det minsta  $t$ -värdet är 0.

Ta reda på vilket det högsta värdet på  $t$  är:

$$y(t) = 0 \rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \rightarrow t_{1,2} = 1 \pm 3$$

$t = -2$  förkastas

$t = 4$  är OK  $\rightarrow 0 \leq t \leq 4$

Sök derivatans nollställen:  $\left. \begin{aligned} y'(t) &= -9,6t + 9,6 \\ y'(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow t = 1$

Gör en teckentabell:

			max		
$y$	38,2	$\nearrow$	43	$\searrow$	0
$y'$	+	+	0	-	-
$t$	0		1		4

Svar: Raketten når 43 m över havet.

**3203** Ställ upp funktionen:  $y(x) = -5x^2 + 1000x$

Ange definitionsmängden: Det minsta  $x$ -värdet är 0.

Det går inte att ange något maximalt värde på  $x$  med hjälp av det vi vet om revyn.

$\rightarrow x > 0$

Sök derivatans nollställen:  $\left. \begin{aligned} y'(x) &= 1000 - 10x \\ y'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow x = 100$

Gör en teckentabell:

$y$	0	↗	max 50000	↘	0
$y'$	+	+	0	-	-
$x$	0		100		200

Svar: Priset 100 kr ger maximal intäkt.

**3204**  $y(x) = 2,15 + 2,1x - 0,41x^2$   
 $y'(x) = 2,1 - 0,82x$   
 $y'(x) = 0$  }  $\rightarrow x = 2,1/0,82$   
 $y(2,1/0,82) \approx 4,84$

Svar: Bollen når 4,84 m över golvet.

**3205, 3206** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3207**  $y(t) = 0,5t^2 - 5t + 10$   
 $y'(t) = t - 5$   
 $y'(t) = 0$  }  $\rightarrow t = 5$   
 $y(5) = -2,5$

Svar: Klockan 05.00 var det som kallast. Då var det  $-2,5$  °C.

**3208, 3209** Se facit och uppgifterna 3201 och 3202. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

**3210** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3211** Arean är  $A(x) = x(36 - 2x) = 36x - 2x^2$ ,

Definitionsmängden är  $0 \leq x \leq 18$

$A'(x) = 36 - 4x$   
 $A'(x) = 0$  }  $\rightarrow x = 9$   
 $A(9) = 9 \cdot 18 = 162$

$y$	0	↗	max 162	↘	0
$y'$	+	+	0	-	-
$x$	0		9		18

Svar: Måtten 9 cm  $\times$  18 cm ger maximal tvärsnittsarea.

- 3212** a) se facit  
 b) **Ledning:**  $V(x) = I(x) - T(x)$   
 c) **Ledning:**  $V(x) > 0$

$$d) \quad \left. \begin{array}{l} V'(x) = -3x^2 + 12x + 15 \\ V'(x) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow x_{1,2} = 2 \pm 3$$

$x = -1$  förkastas

$$V(5) = -5^3 + 6 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 - 15 = 85$$

$y$	-15	↗	max 85	↘	-535
$y'$	+	+	0	-	-
$x$	0		5		10

Svar: Maximal vinst är 85000 kr.

**3213** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3214**  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{0-5} = -1$ , Klockan 03.00 sjunker temperaturen med 1 °C per timme.

**3215** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3216** a) Lös uppgiften på samma sätt som uppgift 3212.

Intäkten är  $I(q) = 22700q$  kr

→ Vinsten är  $V(q) = I(q) - T(q) = -2q^3 - 900q^2 + 22464q - 12500$  kr

$$\left. \begin{array}{l} V'(q) = -6q^2 - 1800q + 22464 \\ V'(q) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow q = -150 \pm 162$$

$q = -312$  förkastas

$q = 12$  är OK

$$V(12) \approx 124000$$

b) **Ledning:** Beräkna  $V(5)$  och  $V(15)$

**3217**  $A = xy = 900$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{900}{x} \\ L = 2x + 2y \end{array} \right\} \rightarrow L(x) = 2x + \frac{1800}{x}$$

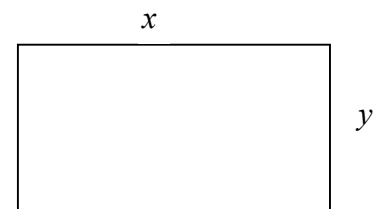
$$\left. \begin{array}{l} L'(x) = 2 - \frac{1800}{x^2} \\ L'(x) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow x_{1,2} = \pm 30$$

$x = -30$  förkastas

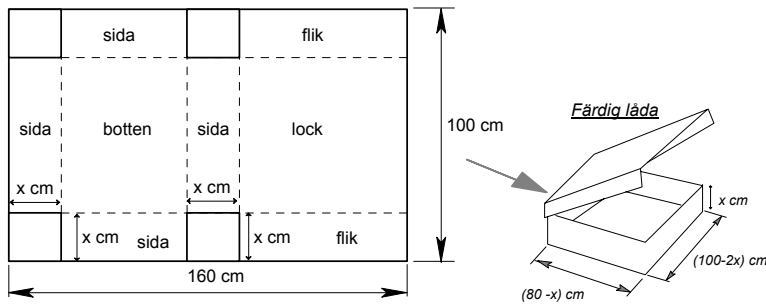
$x = 30$  är OK

Svar: Parkeringsplatsen skall vara 30 m × 30 m

Bild av parkeringsplatsen



3218 Se figuren nedan.



Vi får volymfunktionen:  $V(x) = x(100 - 2x) \cdot \frac{160 - 2x}{2} = 8000x - 260x^2 + 2x^3$

Eftersom pappskivan är 100 cm bred blir definitionsmängden  $0 \leq x \leq 50$ .

När 'volymfunktionen' är algebraiskt formulerad, kan vi finna lådans största volym genom att derivera volymfunktionen och sätta derivatan till noll.

$$V'(x) = 6x^2 - 520x + 8000 = 0 \rightarrow x^2 - \frac{260x}{3} + \frac{8000}{6} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{130 \pm 70}{3}$$

$x_1 = 200/2 \approx 67$  förkastas ty  $x_1$  ligger utanför definitionsmängden

$$x_2 = 20$$

Man bör försäkra sig om att denna lösning motsvarar ett (lokalt) maximum:

$V(x)$			
$V'(x)$	$\swarrow$	$\searrow$	
	$+$	$0$	$-$
$x$		$20$	$200/3$

Vi kan konstatera att det är ett maximum för  $x = 20$ .

Sätt in  $x = 20$  i  $V(x) \rightarrow V(20) = 72\,000 \text{ cm}^3 = 72 \text{ dm}^3$

Svar: Lådans maximala volym blir 72 liter

3219 Beräkna först den horisontella katetens längd i den rätvinkliga triangeln:  $\sqrt{58^2 - 40^2} = 42$

Rektangeln i figuren delar av två mindre, rätvinkliga trianglar, ur den stora triangeln. Dessa är båda *likformiga* med den stora triangeln. Vi kan teckna relationerna:

$$\frac{y}{40} = \frac{42 - x}{42} = 1 - x/42 \rightarrow y = 40 - \frac{20x}{21}$$

Vi kan nu teckna bottenarean som funktion av  $x$ :  $A(x) = 40x - \frac{20x^2}{21}$

Genom att undersöka areafunktionens derivata, kan vi bestämma maximala "husstorleken" (maximala bottenarean):

$$A'(x) = 40 - 40x/21 = 0 \rightarrow x = 21$$

Kontrollera att detta är ett maximum!

Sätt in  $x = 21$  i  $A(x)$ .

Svar: Maximal bottenarean för huset är  $420 \text{ m}^2$



**3220** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3221** Se skissen i facit. Kontakta din lärare om du vill diskutera denna uppgift.

**3222, 3223, 3224** Se bokens ledning och facit.

**3225** Exempel som löses i boken.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{3226} \quad T(x) &= \frac{x \cdot x(3-x)}{2} \\
 \left. \begin{aligned} T'(x) &= 3x - \frac{3x^2}{2} \\ T'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} &\rightarrow x_1 = 2 \text{ är OK men } x_2 = 0 \text{ förkastas ty } T(0) = 0 \\
 T(2) &= 2
 \end{aligned}$$

Kontrollera att  $T(2)$  är ett maximivärde!

$x$	0	2	3
$T(x)$	0	2	0
$T'(x)$	+	0	-

Svar: Maximal area är 2 areaenheter.

**3227, 3228, 3229, 3230** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3231** a)  $f'(x) = 3x^2 - a, \quad x^2 \geq 0 \text{ och } -a > 0 \rightarrow f'(x) > 0$

b)  $f'(x) = 3x^2 - a, \quad x^2 \geq 0 \text{ och } -a < 0 \rightarrow f'(x) = 0 \text{ för } x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{a}{3}}$

Se teckentabellen i facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

**3232, 3233, 3234, 3235** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3236, 3237, 3238**

**3239, 3240** Exempel som löses i boken.

**3241** Se bokens ledning och lösning i facit.

**3242** a)  $y = 2x + \frac{50}{x} \rightarrow y' = 2 - \frac{50}{x^2}$   
 $y' = 0 \rightarrow 2x^2 - 50 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x_{1,2} = \pm 5$

b)  $y = 5x + \frac{20}{x^2} \rightarrow y' = 5 - \frac{40}{x^3}$   
 $y' = 0 \rightarrow 5x^3 - 40 = 0 \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow x = 2$

**3243**  $y = \frac{4}{x} \rightarrow y'(x) = -\frac{4}{x^2} \rightarrow y'(2) = -1$

Sätt in i enpunktsformeln:  $y - 2 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 4$ . Se skissen i facit.

**3244**  $y(x) = 0,2x^{-2} \rightarrow y'(x) = -0,4x^{-3} \rightarrow y'(2) = -0,05$   
Svar: 2 km från skorstenen minskar föroreningarna med 0,05 ppm per km.

**3245** Se bokens lösningsförslag i facit.

**3246** a)  $f(x) = x + \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \rightarrow f'(x) = 0$  för  $x = \pm 1$   
 Gör en teckenstudie, förslagsvis baserad på  $x = \pm 10$ ,  $x = \pm 1$  och  $x = \pm 0,1$   
 Observera att varken  $f(x)$  eller  $f'(x)$  är definierad för  $x = 0$ . Se kurvan i facit.

b)  $f(x) = x - \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} \rightarrow f'(x) > 0$  för alla  $x$   
 Att derivatan till denna funktion är alltid större än 0, betyder att funktionen saknar lokala extremvärden. Gör en värdetabell baserad på några lämpliga  $x$ -värden.  
 Se kurvan i facit.

**3247** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3248** Fel svar i facit.  
 Bestäm derivatan  $y'$  och sätt den till 0 för att finna funktionens extrempunkter.

$$y = 9000 + 5x + \frac{18000}{x} \rightarrow y' = 5 - \frac{18000}{x^2}$$

$$y' = 0 \rightarrow \frac{18000}{x^2} = 5 \rightarrow x^2 = 3600 \rightarrow x_{1,2} = \pm 60$$

$x = -60$  förkastas

$x = 60$  är OK

Kontrollera att  $x = 60$  ger en minimipunkt, teckenstudie eller rita grafen till  $y$ .

60 datorer per sändning ger lägsta fraktkostnaden.

Om man säljer 3600 datorer skall man skicka  $\frac{3600}{60} = 60$  paket om man önskar så låg fraktkostnad som möjligt.

**3249, 3250** Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

**3251** Exempel som löses i boken.

**3252** Derivera term för term. Funktionen  $f(x) = e^{kx}$  har derivatan  $f'(x) = ke^{kx}$ .

a)  $f(x) = y = e^x + e^{2x} \rightarrow f'(x) = y' = e^x + 2e^{2x}$

b)  $f(x) = y = 3e^x + 5e^{-0,4x} \rightarrow f'(x) = y' = 3e^x - 0,4 \cdot 5e^{-0,4x} = 3e^x - 2e^{-0,4x}$

**3253** a)  $f(x) = e^{0,25x} \rightarrow f'(x) = 0,25e^{0,25x} \rightarrow f'(2) = 0,25e^{0,25 \cdot 2} = 0,25e^{0,50}$

b)  $f(x) = 4e^{-0,5x} \rightarrow f'(x) = -0,5 \cdot 4e^{-0,5x} = -2e^{-0,5x} \rightarrow f'(2) = -2e^{-0,5 \cdot 2} = -2e^{-1}$

3254 a)  $f(x) = 3x - e^x$       b)  $f(x) = 2x + e^{-x}$   

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3 - e^x \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow 3 - e^x = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 2 - e^{-x} \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow 2 - e^{-x} = 0$$

$$e^x = 3 \rightarrow x = \ln 3$$

$$e^{-x} = 2 \rightarrow -x = \ln 2 \rightarrow x = -\ln 2$$

3255 Känt:  $f(x) = 3e^{ax}$  och  $f'(0) = 6$   
 $f'(x) = 3ae^{ax}$   
 $f'(0) = 3a \underbrace{e^0}_{=1} = 3a = 6$   
 $a = 2$

3256 Du kommer väl ihåg att  $b = e^{\ln b}$ ? Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

- 3257
- Derivera funktionen.
  - Leta lokala extremvärden.
  - Kolla tecknet för derivatan till höger och till vänster om eventuella extremvärden. Där derivatan är negativ är funktionen avtagande.

a)  $f'(x) = 1 - e^x$   
 $f'(x) = 0 \rightarrow e^x = 1 \rightarrow x = \ln 1 = 0$   
 $f'(-1) = 1 - e^{-1} > 0 \rightarrow$  växande funktion  
 $f'(1) = 1 - e < 0 \rightarrow$  avtagande funktion  
Svar: Funktionen är avtagande för  $x > 0$ .

b)  $f'(x) = 1 + e^x$   
 $f'(x) = 0 \rightarrow e^x = -1 \rightarrow$  Går ej att lösa ty  $e^x$  alltid  $> 0$   
 $f'(x) > 1 > 0 \rightarrow$  alltid växande funktion  
Svar: Funktionen är växande för alla  $x$ .

3258 Se punktlistan i tipsen till uppgift 3257 ovan.

$$f'(x) = -3 + 2e^x$$

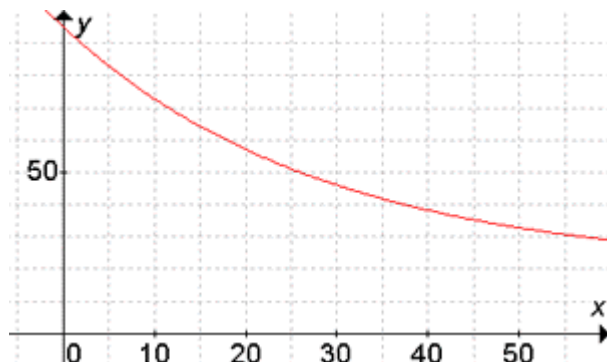
$$f'(x) = 0 \rightarrow 2e^x = 3 \rightarrow x = \ln 1,5$$

$$f'(\ln 1) = -3 + 2e^{\ln 1} < 0 \rightarrow$$
 avtagande funktion  

$$f'(\ln 2) = -3 + 2e^{\ln 2} > 0 \rightarrow$$
 växande funktion  
Svar: Funktionen är växande för  $x > \ln 1,5$ .

3259 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3260 a)



b) Känt:  $y(x) = 20 + 75e^{-0,0354x}$   
Sökt: De  $x$  för vilka  $y(x) < 50$

$$20 + 75e^{-0,0354x} < 50$$

$$75e^{-0,0354x} < 30$$

$$e^{-0,0354x} < 0,40$$

$$-0,0354x < \ln 0,40$$

$$x > -\frac{\ln 0,40}{0,0354} \approx 26$$

Efter 26 minuter är kaffet kallare än 50 °C.

c)  $y(x) = 20 + 75e^{-0,0354x} \rightarrow y'(x) = -0,0354 \cdot 75e^{-0,0354x}$   
 $y'(30) = -0,0354 \cdot 75e^{-0,0354 \cdot 20} \approx -0,92$

Kaffets temperatur minskar 0,92 °C per minut 30 minuter efter Anna hällde upp det.

3261 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3262, 3263, 3264 Se bokens ledning och svaret i facit. Kontakta din lärare om du vill ha hjälp.

3265, 3266 Se bokens lösningsförslag i facit.

3267 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3268 Exempel som löses i boken.

3269, 3270, 3271 Se facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

3272 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3273 Se facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

3274, 3275 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

3276, 3277, 3278 Se facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

3279 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.