

Kapitel 2.1

2101, 2102 Exempel som löses i boken.

- 2103 a) Löneökning per månad: 400 kr
→ Förändring i årslön $\Delta x = 12 \cdot 400 \text{ kr} = 4800 \text{ kr}$ **OBS! Fel i facit**
b) Skatthöjning per månad: $5576 \text{ kr} - 5376 \text{ kr} = 200 \text{ kr}$
→ Förändring i skatt per år $\Delta y = 12 \cdot 200 \text{ kr} = 2400 \text{ kr}$

2104 a)
$$\left. \begin{array}{l} s_1 = 30 \text{ m} \\ s_2 = 40 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta s = s_2 - s_1 = 10 \text{ m}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} s_1 = 20 \text{ m} \\ s_2 = 70 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta s = s_2 - s_1 = 50 \text{ m}$$

2105 a)
$$\left. \begin{array}{l} s_1 = 15 \text{ m} \\ s_2 = 40 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta s = s_2 - s_1 = 25 \text{ m}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} s_1 = 35 \text{ m} \\ s_2 = 15 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta s = s_2 - s_1 = -20 \text{ m}$$

- 2106 Förändringen $\Delta K = K(7) - K(5)$
 $\Delta K = (1200 + 15 \cdot 7 + 7^2) - (1200 + 15 \cdot 5 + 5^2) = 105 + 49 - 75 - 25 = 54$
Svar: Kostnaden ökar 54000 kr.

2107 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2108, 2109, 2110 Exempel som löses i boken.

2111 a) $\Delta x = 12.20 - 10.20 = 2.00$

b) $\Delta y = 85553 - 85321 = 232$

c) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{232}{2} = 116$

2112 a) Löneökning per månad: $\Delta x = 17000 \text{ kr} - 16740 \text{ kr} = 260 \text{ kr}$

b) Skatthöjning per månad: $\Delta y = 5080 \text{ kr} - 4980 \text{ kr} = 100 \text{ kr}$

c) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{100}{260} \approx 0,38 = 38\%$

2113 a) $\Delta x = 10 - 8 = 2$

b) $\Delta y = 65 - 35 = 30$

c) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{30}{2} = 15$

$$2114 \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(24-12)^\circ\text{C}}{(11-8)\text{ h}} = 4^\circ\text{C/h}$$

Den genomsnittliga temperaturhöjningstakten mellan kl 8 och kl 11 var 4°C/h .

2115 Eftersom det står per år skall man dela med tiden i år räknat

$$a) \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(8939000 - 7042000) \text{ personer}}{(2000 - 1950) \text{ år}} = 37940 \text{ personer/år}$$

$$b) \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(8939000 - 8558000) \text{ personer}}{(2000 - 1990) \text{ år}} = 38100 \text{ personer/år} \quad \text{OBS! Fel i facit}$$

$$2116 \quad a) \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(1708 - 54) \text{ personer}}{(4 - 2) \text{ veckor}} = 827 \text{ personer/vecka} \approx 830 \text{ personer/vecka}$$

$$b) \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(3998 - 1) \text{ personer}}{(8 - 0) \text{ veckor}} \approx 500 \text{ personer/vecka}$$

2117 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

$$2118 \quad \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(50 - 30) \text{ m}}{(5,0 - 2,0) \text{ s}} \approx 6,7 \text{ m/s}$$

2119 a) $\Delta p = p(500) - p(400) = (200 \cdot 500 - 0,16 \cdot 500^2) - (200 \cdot 400 - 0,16 \cdot 400^2) = 5600$
 Detta är den totala beräknade vinständringen om man ökar tillverkningen från 400 enheter till 500 enheter.

$$b) \quad \Delta q = 500 - 400 = 100$$

$$\rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{5600}{100} = 56$$

Detta är genomsnittliga vinständringen per enhet om man ökar tillverkningen från 400 enheter till 500 enheter.

$$2120 \quad a) \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{75 - 35}{3 - 1} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}, \text{ Raketten stiger med en hastighet av } 20 \text{ m/s}$$

$$b) \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 80}{8 - 4} \text{ m/s} = -20 \text{ m/s}, \text{ Raketten faller med en hastighet av } 20 \text{ m/s}$$

$$2121 \quad a) \quad \frac{N(2,0) - N(1,5)}{2,0 - 1,5} = \frac{100 + 1,6 \cdot 2,0^4 - 100 - 1,6 \cdot 1,5^4}{0,5} = \frac{1,6(2,0^4 - 1,5^4)}{0,5} = 35$$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} N(2,0) = 1500 + 250 \cdot 2,0 + 15 \cdot 2,0^2 = 1500 + 500 + 60 \\ N(1,5) = 1500 + 250 \cdot 1,5 + 15 \cdot 1,5^2 = 1500 + 375 + 33,75 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{N(2,0) - N(1,5)}{2,0 - 1,5} = \frac{500 + 60 - 375 - 33,75}{0,5} = 302,5 \approx 300$$

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{2122} \quad \text{a)} & f(t) = t^3 - 6t + 20 \\
 & f(0) = 20 \\
 & f(4) = 4^3 - 6 \cdot 4 + 20 = 60 \\
 & \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{60 - 20}{4} = 10 \\
 \text{b)} & f(t) = t^3 - 6t + 20 \\
 & f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1 + 20 = 15 \\
 & f(6) = 6^3 - 6 \cdot 6 + 20 = 200 \\
 & \frac{f(6) - f(1)}{6 - 1} = \frac{200 - 15}{5} = 37
 \end{array}$$

2123, 2124, 2125 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2126 Se facit. Kontakta din lärare om du behöver mer hjälp.

2127 Exempel som löses i boken.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{2128} \quad \text{a)} & \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{4 - 2}{4} = 0,5 \\
 \text{c)} & \frac{f(10) - f(6)}{10 - 6} = \frac{5 - 2}{4} = 0,75 \\
 \text{b)} & \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{2 - 4}{2} = -1 \\
 \text{d)} & \frac{f(11) - f(10)}{11 - 10} = \frac{2 - 5}{1} = -3
 \end{array}$$

2129 a) Se facit.

$$\begin{array}{l}
 \text{b)} \quad f(x) = 4x - x^2 \\
 f(2) = 4 \cdot 2 - 2^2 = 4 \\
 f(1) = 4 \cdot 1 - 1^2 = 3 \\
 \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{4 - 3}{1} = 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{2130} \quad \text{a)} \quad \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{4^2 - 2^2}{2} = 6 \\
 \text{b)} \quad \frac{f(10,4) - f(10,2)}{10,4 - 10,2} = \frac{4^2 - 2^2}{0,2} = 20,6
 \end{array}$$

Svar: Medellutningen är störst i intervallet $10,2 < x < 10,4$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{2131} \quad \text{a)} \quad f(x) = 2^x \rightarrow \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{2^3 - 2^1}{2} = \frac{8 - 2}{2} = 3 \\
 \text{b)} \quad f(x) = 2^{-x} \rightarrow \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{2^{-3} - 2^{-1}}{2} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \right) / 2 = -\frac{3}{16}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{2132} \quad \text{a)} \quad \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{-6^3 + 6 \cdot 6^2 + 4^3 - 6 \cdot 4^2}{2} = -16 \\
 \text{b)} \quad \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{-2^3 + 6 \cdot 2^2 + (-1)^3 - 6 \cdot (-1)^2}{3} = 3
 \end{array}$$

2133 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

$$2134 \quad a) \quad k = \frac{(3+h)^2 - 9}{3+h-3} = \frac{9+6h+h^2-9}{h} = \frac{h(6+h)}{h} = 6+h$$

b) Beräkna vad uttrycket $6+h$ blir om h närmar sig $0 \rightarrow 6+0=6$

$$c) \quad \left. \begin{array}{l} y = kx + m \\ x = 3 \\ y = 9 \\ k = 6 \end{array} \right\} \rightarrow 9 = 6 \cdot 3 + m \rightarrow m = -9$$

Svar: Den sökta ekvationen är $y = 6x - 9$

2135 Lös uppgiften på samma sätt som 2134. De punkter du behöver är $(-2, 4)$ och $((-2+h), (-2+h)^2)$. Kontakta din lärare om du behöver mer hjälp.

$$2136 \quad a) \quad k = \frac{6(0+h) - (0+h)^2 - 0}{0+h-0} = \frac{6h-h^2}{h} = \frac{h(6-h)}{h} = 6-h$$

Beräkna vad uttrycket $6-h$ blir om h närmar sig $0 \rightarrow 6-0=6$

$$\left. \begin{array}{l} y = kx + m \\ x = 0 \\ y = 0 \\ k = 6 \end{array} \right\} \rightarrow 0 = 6 \cdot 0 + m \rightarrow m = 0$$

Svar: Den sökta ekvationen är $y = 6x$

$$b) \quad k = \frac{6(4+h) - (4+h)^2 - 8}{4+h-4} = \frac{-2h-h^2}{h} = \frac{h(-2-h)}{h} = -2-h$$

Beräkna vad uttrycket $-2-h$ blir om h närmar sig $0 \rightarrow -2-0=-2$

$$\left. \begin{array}{l} y = kx + m \\ x = 4 \\ y = 8 \\ k = -2 \end{array} \right\} \rightarrow 8 = -2 \cdot 4 + m \rightarrow m = 16$$

Svar: Den sökta ekvationen är $y = -2x + 16$

$$2137 \quad a) \quad k = \frac{f(4) - f(2)}{4-2} = \frac{4^2 - 5 \cdot 4 - 2^2 + 5 \cdot 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$b) \quad k = \frac{f(4) - f(2)}{4-2} = \frac{4 \cdot 4 - 4^3 - 4 \cdot 2 + 2^3}{2} = \frac{-32}{2} = -16$$

2138 a) Se facit.

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } k = \frac{f(1+h) - f(1)}{1+h-1} \\ f(1+h) = 4(1+h) - (1+h)^2 = 3+2h-h^2 \\ f(1) = 4 \cdot 1 - 1^2 = 3 \end{array} \right\} \rightarrow k = \frac{h(2-h)}{h} = 2-h$$

h går mot noll $\rightarrow 2-h = 2 \rightarrow k = 2$

Svar: Kurvan har lutningen 2 i $x = 1$

2139 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2140 a) $f(x) = 3x$
 $f(x+h) = 3(x+h) = 3x+3h$
 $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{3x+3h-3x}{h} = \frac{3h}{h} = 3$

b) $f(x) = 5x^2$
 $f(x+h) = 5(x+h)^2 = 5(x^2 + 2xh + h^2) = 5x^2 + 10xh + 5h^2$
 $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{5x^2 + 10xh + 5h^2 - 5x^2}{h} = \frac{h(10x+5h)}{h} = 10x+5h$

c) $f(x) = 6-4x$
 $f(x+h) = 6-4(x+h) = 6-4x-4h$
 $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{6-4x-4h-6+4x}{h} = \frac{-4h}{h} = -4$

d) $f(x) = x^2 - 3x + 1$
 $f(x+h) = (x+h)^2 - 3(x+h) + 1 = x^2 + 2xh + h^2 - 3x - 3h + 1$
 $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 3x - 3h + 1 - x^2 + 3x - 1}{h}$
 $= \frac{2xh + h^2 - 3h}{h} = \frac{h(2x+h-3)}{h} = 2x+h-3$

2141 Grafen till $f(t)$ visar hur långt (i meter) kulan rullat efter t sekunder. Kulans hastighet efter t sekunder är den lutning som tangenten till grafen vid motsvarande tidpunkt.

I denna uppgift skall du alltså ta reda på lutningen på kurvan för $t = 2,5$ s.

$$f(t) = t^2 \quad \text{och} \quad f(t+h) = (t+h)^2 = t^2 + 2th + h^2$$

$$\rightarrow v = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{t^2 + 2th + h^2 - t^2}{h} = \frac{h(2t+h)}{h} = 2t+h$$

Om $t = 2,5$ och $h = 0$ blir $v = 2 \cdot 2,5$ m/s

Svar: Efter 2,5 s är kulans hastighet 5,0 m/s.

2142 Bestäm först differenskvoten $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ på samma sätt som i uppgift 2140.

Sätt därefter in $x = a$.

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$f(x+h) = (x+h)^2 + 2(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h$$

$$k = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{2xh + h^2 + 2h}{h} = \frac{h(2x+h+2)}{h} = 2x+h+2$$

Om $x = a$ och $h = 0$ blir $k = 2a + 2$

Svar: Lutningen är $k = 2a + 2$.

2143, 2144 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

Kapitel 2.2

2201, 2202, 2203 Exempel som löses i boken.

2204 a) Riktningskoefficienten för kurvans tangent då $x = -2$ är negativ $\rightarrow -$

b) Riktningskoefficienten för kurvans tangent då $x = 0$ är noll

c) Riktningskoefficienten för kurvans tangent då $x = 2$ är positiv $\rightarrow +$

d) Riktningskoefficienten för kurvans tangent då $x = 7$ är negativ $\rightarrow -$

Kontakta din lärare om du tycker att det här är svårt!

2205 a) $f(4) = 78$ betyder att på 4 sekunder har kroppen fallit 78 m

b) Derivatans är en förändringstakt. $f'(4) = 40$ betyder att efter 4 sekunder är kroppens hastighet 40 m/s.

2206 a) $f(100) = 50000$ betyder att producera 100 enheter kostar 50000 kr.

b) Derivatans är en förändringstakt. $f'(100) = 60$ betyder att marginalkostnaden för den hundra enheten är 60 kr. (produktionskostnaden ändras 60 kr då man tillverkar den hundra enheten).

2207 a) $f(2) = 60$ betyder att klockan 02.00 är temperaturen i varmvattenberedaren 60 °C.

b) Derivatans är en förändringstakt. $f'(5) = -1,0$ betyder att klockan 5.00 sjunker temperaturen i varmvattenberedaren med 1 °C/h.

2208 Se facit. Kontakta din lärare om du tycker att detta är svårt eller krångligt.

2209, 2210 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2211 Se facit. Kontakta din lärare om du tycker att detta är svårt eller krångligt.

2212 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2213 Se facit. Kontakta din lärare om du tycker att detta är svårt eller krångligt.

2214, 2215 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2216 Exempel som löses i boken.

2217 a) $f(x) = x^2 + 1 \rightarrow f(3) = 3^2 + 1 = 10$

b) $f(x) = x^2 + 1 \rightarrow f(3+h) = (3+h)^2 + 1 = h^2 + 6h + 10$

c) $f(3+h) - f(3) = h^2 + 6h + 10 - 10 = h^2 + 6h$

d) $\frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \frac{h^2 + 6h}{h} = \frac{h(h+6)}{h} = h+6$

2218 a) Se facit.

b) $\frac{(4+h)^2 + 3(4+h) - 4^2 - 3 \cdot 4}{h} = \frac{16 + 8h + h^2 + 12 + 3h - 16 - 12}{h} = \frac{11h + h^2}{h} = 11 + h$

c) $11 + 0 = 11$

2219 a) $f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{5(x+h) + 3 - 5x - 3}{h} = \frac{5h}{h} = 5 \rightarrow f'(4) = 5$

b) $f(x) = 30$ är oberoende av x (grafens till $f(x) = 30$ är en rät horisontell linje). Eftersom funktionsvärdet aldrig ändras (grafens lutar inte) är derivatan noll.

2220, 2221 Se lösningsförslag i facit.

2222 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2223, 2224, 2225 Exempel som löses i boken.

2226, 2227 Se ledning i facit.

2228 Se bokens ledning och facit.

2229 a) Hur fort temperaturen ändras 45 min efter att steken tagits ur ugnen, dvs $y'(45)$.

b) Jämför ditt svar med facit. Avviker ditt svar mycket räknar du om uppgiften. Blir det inte bättre då kontaktar du din lärare.

2230 Jämför ditt svar med facit. Avviker ditt svar mycket räknar du om uppgiften. Blir det inte bättre då kontaktar du din lärare.

2231, 2232, 2233, 2234 Se facit.

Kapitel 2.3

2301, 2302 Exempel som löses i boken.

2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308 Se facit och uppgift 2301. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2309 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2310 Se facit.

2311 a) $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 17$ b) $f(x) = 2x^3 + 30x^2 + 96x + 34$
 $f'(x) = 3x^2 - 24x + 45$ $f'(x) = 6x^2 + 60x + 96$
 $3x^2 - 24x + 45 = 0$ $6x^2 + 60x + 96 = 0$
 $x^2 - 8x + 15 = 0$ $x^2 + 10x + 16 = 0$
 $x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 15} = 4 \pm 1$ $x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 - 16} = -5 \pm 3$
 $x_1 = 5, \quad x_2 = 3$ $x_1 = -2, \quad x_2 = -8$

2312 $f(x) = x^2 + 7x$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(x+h)^2 + 7(x+h) - x^2 - 7x}{h} = \frac{2xh + h^2 + 7h}{h} = 2x + 7 + h$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 2x + 7 + h = 2x + 7$$

2313 **Ledning:** $y' = 3x^2 + 2x$ kan ses som $3x^2 + 2x + 0$. Vilken funktion ger derivatan $3x^2$?
 Vilken funktion ger derivatan $2x$? Vad har derivatan 0?

2314 Se lösningsförslag i facit.

2315, 2316, 2317 Exempel som löses i boken.

2318 a) Uppgiften kan lösas på två sätt:

Alternativ 1 ("råräkning" genom att sätta in givna värden direkt)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(2,0+h) - s(2,0)}{h} = \frac{s(2,2) - s(2,0)}{0,2} =$$

$$\frac{40 \cdot 2,2 - 5 \cdot 2,2^2 - 40 \cdot 2,0 + 5 \cdot 2,0^2}{0,2} \text{ m/s} = 19 \text{ m/s}$$

Alternativ 2 (förenkla först, därefter sätts givna värden in)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t+h) - s(t)}{h} = \frac{40(t+h) - 5(t+h)^2 - 40t + 5t^2}{h} = 40 - 10t - 5h$$

$$t = 2,0 \text{ och } h = 0,2 \rightarrow 40 - 10 \cdot 2 - 5 \cdot 0,2 \text{ m/s} = 19 \text{ m/s}$$

b) Uppgiften kan lösas på två olika sätt:

Huvudalternativ (använd deriveringsreglerna)

$$v = s' = 40 - 10t = (40 - 10 \cdot 2, 0) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

Alternativ 2 (om du använt alternativ 2 i a-uppgiften utnyttjar du resultaten därifrån)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t+h) - s(t)}{h} = 40 - 10t - 5h$$

$$t = 2,0 \text{ ger } \lim_{h \rightarrow 0} 40 - 10t - 5h = (40 - 10 \cdot 2) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

2319 $N(t) = 2500 + 2t^4$

$$N'(t) = 4 \cdot 2t^3 = 8t^3$$

$$N'(5) = 8 \cdot 5^3 = 1000$$

2320 $f(x) = 5 \cdot 10^{-8}x^2 + 0,3x$

$$f'(x) = 10^{-7}x + 0,3$$

$$f'(200000) = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-7} + 0,3 = 0,32$$

2321 $y(t) = 0,12t^2 - 0,00050t^3 + 0,025t + 10$

$$y'(t) = 0,24t - 0,00150t^2 + 0,025$$

a) $y'(15) = (0,24 \cdot 15 - 0,00150 \cdot 15^2 + 0,025) \text{ }^\circ\text{C/s} \approx 3,3 \text{ }^\circ\text{C/s}$

b) $y'(180) = (0,24 \cdot 180 - 0,00150 \cdot 180^2 + 0,025) \text{ }^\circ\text{C/s} \approx -5,4 \text{ }^\circ\text{C/s}$

2322 $T(q) = 2400 + 180q - 0,4q^2$

$$T'(q) = 180 - 0,8q$$

a) $T'(80) = 180 - 0,8 \cdot 80 \text{ kr/enhet} = 116 \text{ kr/enhet}$

b) $T'(140) = 180 - 0,8 \cdot 140 \text{ kr/enhet} = 68 \text{ kr/enhet}$

2323 $f(t) = 5t - 0,4t^2$

$$f'(t) = 5 - 0,8t$$

a) $f'(3) = 5 - 0,8 \cdot 3 = 2,6 \rightarrow$ ökar med 2600 deltagare

b) $f'(6) = 5 - 0,8 \cdot 6 = 0,2 \rightarrow$ ökar med 200 deltagare

c) $f'(8) = 5 - 0,8 \cdot 8 = -1,4 \rightarrow$ minskar med 1400 deltagare

2324 $V(x) = 50x - 0,01x^2 - 30000$

$$V'(x) = 50 - 0,02x$$

a) $V'(x) = 50 - 0,02x = 40 \rightarrow 0,02x = 10 \rightarrow x = 500$

b) $V'(x) = 50 - 0,02x = 0 \rightarrow 0,02x = 50 \rightarrow x = 2500$

2325 $y = -0,000338x^2 + 0,0232x + 8,89$
 $y' = -0,000676x + 0,0232$

a) $y'(20) = -0,000676 \cdot 20 + 0,0232 = 0,00968$
 År 2020 ökar folkmängden med 9680 personer

b) $y'(40) = -0,000676 \cdot 40 + 0,0232 = -0,00384$
 År 2040 minskar folkmängden med 3840 personer

2326 Exempel som löses i boken.

2327 $k = f'(x)$
 $x = -3$

a) $f(x) = 2x^3 - 5x$
 $f'(x) = 6x^2 - 5$
 $k = f'(-3) = 6 \cdot (-3)^2 - 5 = 49$

b) $f(x) = 4x^2 - 5x^4$
 $f'(x) = 8x - 20x^3$
 $k = f'(-3) = 8 \cdot (-3) - 20 \cdot (-3)^3 = 516$

2328 Beräkna först tangentens riktningskoefficient

$f(x) = x^2 - 5x$
 $f'(x) = 2x - 5$
 $k = f'(4) = 8 - 5 = 3$

Avänd k-form eller enpunktsformeln för att bestämma tangentens ekvation

Alternativ 1: k-form

$$\left. \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 0 \\ k = 3 \\ y = kx + m \end{array} \right\} \rightarrow 0 = 3 \cdot 4 + m \rightarrow m = -12$$

Svar: $y = 3x - 12$

Alternativ 2: enpunktsformeln

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 4 \\ y_1 = 0 \\ k = 3 \\ y - y_1 = k(x - x_1) \end{array} \right\} \rightarrow y - 0 = 3x - 3 \cdot 4$$

Svar: $y = 3x - 12$

2329 a) $x = -2$
 $y = y(2) = 5 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) = 4 \rightarrow$ Tangentens riktningskoefficient är $(-2, 4)$

b) $k = y'(-2) = 10 \cdot (-2) + 8 = -12 \rightarrow$ Tangentens riktningskoefficient är -12

c) $4 = -12 \cdot (-2) + m \rightarrow m = -20 \rightarrow$ Tangentens ekvation är $y = -12x - 20$

Kompletterande lösningsförslag och ledningar, Matematik 3000 kurs C, kapitel 2

2330 Löses på samma sätt som uppgift 2329. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2331 Tangenten är parallell med $y = 6x - 5 \rightarrow k = 6$

Beräkna för vilket x som $k = 6$

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 7$$

$$k = y' = f'(x) = 2x - 2$$

$$2x - 2 = 6$$

$$x = 4$$

Beräkna vad y är då $x = 4$

$$y = f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 - 7 = 1$$

Svar: I punkten $(4, 1)$ är tangenten parallell med $y = 6x - 5$.

2332 Se bokens ledning och lösningsförslaget till uppgifterna 2329 och 2331. Kontakta din lärare om du behöver mer hjälp.

2333, 2334 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2335 $f(t) = 2,4t - 0,1t^2$

$$f'(t) = 2,4 - 0,2t$$

a) $f'(3) = 2,4 - 0,2 \cdot 3 = 1,8 \rightarrow$ ökning med 1800/år

b) $f'(t) = 2,4 - 0,2t = 0,8$

$$0,2t = 1,6$$

$$t = 8$$

Efter 8 år ökar antalet deltagare med 800 pers/ år
(Kommentar: Våldigt långvarigt projekt)

2336, 2337 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2338 Sätt $y = K(x)$ där y är kostnaden i kr och x är antalet producerade burkar.

$$K(5000) = 40000 \text{ kr}$$

$$K'(5000) = 15 \text{ kr/burk}$$

Under förutsättning att $K'(x)$ är konstant i intervallet $5000 \leq x \leq 5100$ blir kostnaden

$$y = (40000 + 100 \cdot 15) \text{ kr} = 41500 \text{ kr}$$

2339, 2340, 2341 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2342, 2343 Exempel som löses i boken.

2344, 2345 Se uppgift 2342 och facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2346, 2347

2348 a) Se facit.

b) $T'(x) = 1,5x^{0,5} \rightarrow T'(0,723) = 1,5 \cdot \sqrt{0,723}$ jordbaneradier/år .

2349 $y'(x) = 0,425 \cdot 0,31x^{-0,575} = 0,13175x^{-0,575}$

$y'(75) = 0,13175 \cdot 75^{-0,575} \text{ m}^2/\text{kg} \approx 0,011 \text{ m}^2/\text{kg}$

En person som är 180 cm lång och väger 75 kg kommer vid en viktuppgång att öka sin kroppsytta med $1,1 \text{ dm}^2$ för varje kilo som personen ökar i vikt.

2350 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2351 Se lösningsförslag i facit.

2352, 2353 Exempel som löses i boken.

2354, 2355 Se uppgift 2353 a) och facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2356 Se uppgift 2353 b) och lösningsförslag i facit.

2357, 2358 Se facit.

2359 a) Se facit

b) och c) **Ledning:** $\frac{dy}{dx}$ och D är alternativa beteckningar för y' .

2360 a) $y'(x) = 6e^{2x}$

b) $y' - 2y = 6e^{2x} - 2 \cdot 3e^{2x} = 6e^{2x} - 6e^{2x} = 0$

2361 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2362 Se facit. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2363 $f(x) = ae^{bx} - be^{-ax}$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = abe^{bx} + abe^{-ax} \\ c^0 = 1 \text{ för } c \neq 0 \end{array} \right\} \rightarrow f'(0) = ab \cdot 1 + ab \cdot 1 = 2ab$$

2364 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2365 Se facit. Kontakta din lärare om du vill diskutera detta mer.

2366, 2367 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2368 Se lösningsförslag i facit.

2369 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2370 Se lösningsförslag i facit.

2371 Exempel som löses i boken.

2372, 2373 Se uppgift 1529 och facit. Glöm inte att $e^{\ln a} = a$.
Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2374 Hur man byter till basen 10 beskrivs i uppgift 1504. Hur man byter till basen e beskrivs i uppgift 2371 a), Metod 1. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2375 **Ledning:** $10^{\lg a} = a$ och $e^{\ln b} = b$. Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2376 **Ledning:** Utnyttja deriveringsregeln om $y(x) = a^x$ så är $y'(x) = a^x \cdot \ln a$.

2377 Kontakta din lärare om du behöver hjälp.

2378 **Ledning:** Derivera term för term precis som vanligt.

2379 Se lösningsförslag i facit.

2380 $y(x) = 10^x$

$$y'(x) = 10^x \cdot \ln 10$$

a) $x_1 = 0$

$$y_1 = y(0) = 10^0 = 1$$

$$k = y'(0) = 10^0 \cdot \ln 10 = \ln 10$$

Sätt in detta i enpunktsformeln $y - y_1 = k(x - x_1)$

$$y - 1 = \ln 10(x - 0)$$

$$\rightarrow y = x \ln 10 + 1$$

b) $x_1 = 0,5$

$$y_1 = y(0,5) = 10^{0,5} = \sqrt{10}$$

$$k = y'(0,5) = 10^{0,5} \cdot \ln 10 = \sqrt{10} \ln 10$$

Sätt in detta i enpunktsformeln $y - y_1 = k(x - x_1)$

$$y - \sqrt{10} = \sqrt{10} \ln 10(x - 0,5)$$

$$\rightarrow y = x\sqrt{10} \ln 10 - 0,5\sqrt{10} \ln 10 + \sqrt{10}$$

2381, 2382 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2383 Exempel som löses i boken.

2384 Se bokens ledning och svaret i facit.

2385 **Ledning:** Bestäm $K'(100)$.

2386, 2387 Se bokens ledning.

2388 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2389 Se facit.

2390 Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2391 a) $y(x) = 220 - 200e^{-kx}$
 $y(15) = 220 - 200e^{-15k} = 53$
 $200e^{-15k} = 167$
 $e^{-15k} = 167/200$
 $-15k = \ln(167/200)$
 $k = -\frac{\ln(167/200)}{15} \approx 0,012$

b) $y'(x) = 200ke^{-kx}$
 $y'(15) = 200ke^{-15k}$
Sätt in k -värdet från a-uppgiften $\rightarrow y'(15) \approx 2 \text{ }^\circ\text{C/min}$

2392, 2393, 2394, Se bokens ledning och lösningsförslag i facit.

2395, 2396, 2397,

2398