

Innehåll

Välkommen till studier Matematik kurs C.....	2
Studietips.....	2
Kursens uppläggnig och mål.....	5
Examination	6
Kursmaterial.....	7
Webbtips	8
Litteraturtips.....	8
Övrigt om kursen	10
Problemlösning	11
Studieenhet Funktioner, del 1	13
Studieenhet Funktioner, del 2	15
Studieenhet Derivator, del 1.....	17
Studieenhet Derivator, del 2.....	19
Studieenhet Summor.....	21

Välkommen till studier i Matematik kurs C

Matematik C är ett karaktärsämne inom gymnasieskolan och förutsätter matematikkunskaper från grundskolan och gymnasiets A-kurs och B-kurs. För dig som inte varit i kontakt med gymnasimatematiken på ett tag rekommenderar vi att du försöker repetera lite innan du sätter igång med kursen. Låna gärna någon lärobok på biblioteket.

Matematik är roligt och tränar logiskt tänkande som man har nytta av inom vardagsliv och yrkesliv. Alla kan lära sig bli bra i matematik men det kräver förstås en del arbete och det finns inga genvägar. Matematik kräver tid för arbete och matematik kräver tid för eftertanke. Arbeta metodiskt, noggrant och målmedvetet, det lönar sig. Du utvecklas som tänkande människa och om du tänker studera mer matematik lönar det sig än mer.

Till din hjälp att lyckas har du en lärare du kan vända dig till vid behov, webbmaterialet som du kommer åt med hjälp av användarnamn och login som du fått från Nationellt centrum för flexibelt lärande samt denna kursguide.

Lycka till önskar matematiklärarna på
Nationellt centrum för flexibelt lärande

Studietips

Innan du börjar titta på närmare på kursen vill vi att du läser om och reflekterar runt studieteknik, lärande och räknande. Om man läser helt eller delvis på distans är det extra viktigt att man har en studieteknik som fungerar. Därför vill vi poängtera några saker.

Din tid är viktig, det gäller att vara "ekonomisk" med tiden och utnyttja den på bästa sätt. Just nu kan det kännas att vägen till kursens slut är lång, men du kan göra mycket för att underlätta ditt arbete för att nå dit. Ja, du anar säkert vart vi vill komma? Just det. Man kan planera.

Allmänna tips

Skaffa en översikt. Gå igenom läroboken och annat som behövs i de olika momenten i denna kurs. Titta i innehållsförteckningen. Bläddra igenom några kapitel för att se hur de är uppbyggda. Läs skolverkets kursmål och betygskriterier.

Formulera målet med dina studier. Varför vill du lära dig detta? Försök att motivera dig själv på så många olika sätt som möjligt.

Reflektera över dina egna strategier för att lära dig detta ämne. Förlita dig på dina egna resurser och det du faktiskt redan kan! Vilket sätt att lära dig föredrar du till exempel? Lär du dig främst genom att se? Kanske genom att höra eller göra? Eller möjligen kombinationer av dessa? Det kanske t o m är olika för olika ämnesområden.

Gör en plan. Lägg upp det hela som ett veckoschema, där du har speciella, fasta tider olika dagar i veckan då du studerar, ingenting annat. Dina studier måste nämligen få ta tid. Det är en sysselsättning att studera, precis som att jobba. Om man exempelvis vill bli en duktig simmare, så måste man naturligtvis träna. Det gäller samma sak när man studerar.

Planera när du kan vara ledig annars är det lätt hänt att man blir så fixerad vid att plugga att man alltid har det över sig som ett dåligt samvete. Till sist har man knappt någon fritid och studierna fungera inte heller.

Dela in ditt mål i konkreta delmål. Bestäm dig till exempel för att du tills på fredag ska ha gjort två delkapitel i boken. Belöna dig själv när du nått ett delmål. Film, en bra bok, umgås med vänner, ett varmt bad, en fisketur?

Använd gärna tankekarta. Rita in bilder och egna associationer. Använd olika färger. Allt som underlättar för minnet är bra. Originella associationer är speciellt effektiva.

Skapa en god studiemiljö. En bra studieplats är trivsamt och hjälper dig att vara effektiv. När du väljer plats för dina studier är det bra om

- du kan stänga dörren om dig och vara ifred och koncentrera dig,
- du har plats för och ordning på dina böcker, miniräknare, formelsamling med mera,
- du har bra belysning så att du inte blir så trött i ögonen en bra stol och ett lagom högt bord,
- du inreder så att det känns inbjudande att gå dit.

Var positiv. Gläd dig åt det du faktiskt gjort.

Repetera! Vad var det du övade nyss? Sitter dina nyvunna kunskaper från förra veckan kvar?

Försök att hitta någon som du kan studera tillsammans med och bolla idéer och tankar med.

Matematiktips

Rita och skriv upp det du känner (vet) i uppgiften på ett papper så klarnar ofta bilden av vad du skall räkna ut. Stryk under dina delresultat och ditt slutresultat. Redovisa till sist svaret separat. På proven bedömer vi inte bara svaren utan också hur figurer ritas, hur du tänker, motiverar och räknar uppgifterna.

När du löser problem - använd dig av dina förkunskaper för att förstå sammanhanget. Gör upp en plan för hur du skall lösa problemet. Följ din plan. Kontrollera att din lösning verkar rimlig. Är den inte det börjar du om med en ny plan.

Bli vän med din miniräknare. Att sitta på ett prov med en räknare som man inte är van att använda kan ge dig oväntade problem.

Nya kunskaper innebär ofta nya sätt att tänka. Träna därför främst förståelse, inte en massa "lösryckta regler". Våga testa dina kunskaper genom att delta i diskussioner. Försök att hitta tillämpningar av dina nya kunskaper i ditt vardagsliv.

Att lära sig nya saker är att glänta på porten till en ny kultur! Var nyfiken, ta del av det nya och släng eventuella fördomar om matematik

Traggla inte i timtal om du kör fast på någon uppgift. Lägg bort den ett tag och gör en annan uppgift i stället. Gå till den besvärliga uppgiften vid ett senare tillfälle.

Till sist: Gör små pauser eftersom för långa pass gör dig trött. Ät och drick gärna lite mellan varven; hjärnan arbetar när du tänker. En tur i motionsspåret, en promenad eller annan fysisk aktivitet är också bra avbrott. Kroppen behöver röra på sig och det du läst, skrivit eller räknat faller på plats under tiden.

Kursens uppläggning och mål

Kursen består av 5 studieenheter som avslutas med ett studiearbete. Studiearbetena är obligatoriska och skall skickas till din lärare för bedömning och kommentarer. De är till för din individuella handledning i kursen och är inte betygsgrundande.

Studieenhet	Handlar om	Att göra
Funktioner, del 1	Polynom, rationella funktioner, beteckningen $f(x)$, repetition av linjära och kvadratiske funktioner	Studiearbetet Repetition och algebra
Funktioner, del 2	Exponentialfunktioner, potensfunktioner, logaritmer	Studiearbetet Funktioner
Derivator, del 1	Förändringshastigheter, definition av derivata, deriveringsregler	Studiearbetet Förändringskvoter och derivator
Derivator, del 2	Samband mellan derivata och graf, tillämpningar av derivata	Studiearbetet Derivator och kurvor Anmäl dig till examinationen
Summor	Geometriska summor, aritmetiska summor, talföljder, kalkylprogram	Studiearbetet Talföljder och summor

När du skaffar den lärobok och den grafritande räknare du behöver sätter du igång med dina studier. Vi rekommenderar denna studieordning för att du bäst skall hinna med samt befästa dina kunskaper i kursens viktigaste studieenheter, logaritmer och derivator (båda delarna), innan examinationen. Hör av dig till din lärare om du vill studera i en annan ordning. Vilken lärare du har framgår av ditt antagningsbesked.

Examination

Kursen avslutas med en skriftlig examination. Senast tre veckor före examinationen måste du göra din anmälan. Vilka datum som är aktuella framgår av välkomstbrevet från din lärare.

Du bör vara klar med de flesta studiearbetena när du anmäler dig, lite tid till repetition brukar också behövas. Notera att **du måste vara bedömd på samtliga studiearbeten för att få delta i examinationen.**

Tips inför ett prov

Börja repetera i god tid. Du har väl tid avsatt för repetition i din studieplanering? Räkna igenom uppgifter du hoppat över tidigare. Träna gärna på några gamla prov. När du går till ett prov tar du med giltig legitimation, pennor, suddgummi, miniräknare och linjal. När du fått provet framför dig skall du

1. Fylla i personuppgifterna och läsa instruktionerna på försättsbladet.
2. Läs igenom alla uppgifter noga så du vet vad provet innehåller och kan disponera tiden väl.
3. Först lösa de uppgifter du tycker är lättast, sedan de ”svårare” uppgifterna.
4. Kontrollera dina lösningar och renskriv dem ifall det behövs. Märka alla papper du lämnar in med namn, personnummer och kurs.

Ta gärna med dig lite att äta och dricka till provet. Hjärnan gör av med mycket energi vid tankearbete, detta är ett tillfälle då choklad och godis faktiskt är relativt ”nyttigt” att äta.

Kursmaterial

Läromedel

Matematik 3000 Kurs C för Komvux från Natur och Kultur (ISBN 91-27-51027-1) är en bok vi rekommenderar. I den finns studietips för matematik, en studiehandledning, lösningsförslag till många av bokens uppgifter och i flera fall även ledtrådar till hur man skall komma igång med uppgifterna. Där finns även flera tester där man själv kan prova hur bra man har förstått olika avsnitt. Till denna bok har Nationellt centrum för flexibelt lärande utarbetat kompletterande lösningsförslag som finns på kursens webbsidor.

Grafritande räknare

Du behöver en grafritande räknare av någon sort, till exempel Casio fx-9750G. Köp inte någon "värsting", om du bara tänker läsa matematikkurser C. Du kan också ha nytta av gratisdataprogrammet Graphmatica. I slutet av denna kursguide finns en bilaga med ett litet instruktionsblad till detta program.

Kalkylprogram

Något kalkylprogram, t ex Excel, är nödvändigt när du skall göra diagram i den statistik som ingår i kursen. Det kan användas även vid grafisk lösning av matematiska problem. Graphmatica är dock bättre till sådant. Graphmatica laddar du med fördel hem från kursens webbsidor.

Formelsamling

Det formelblad som används på det nationella provet i Matematik kurs CDE räcker bra. Den finns i denna kursguide och på kursens webbplats. På provet kommer du att få en likadan eller snarlik.

Videofilmer

Det finns några videofilmer som kan lånas från oss om du vill. Ta kontakt med kursservice i Norrköping, 0771-25 50 00 om du vill låna dem men inte fått med filmerna i ditt studiepaket.

Övrigt

Du behöver även linjal, gradskiva och passare samt naturligtvis papper och penna.

Webbtips

Titta på kursens webbsidor, där finns även länkar till de här webbplatserna som vi tycker är intressanta

Inför Matematik kurs A:

www.ur.se/ura/matematik.htm (bra repetition för alla!)

Fråga Lund om matematik:

www.maths.lth.se/query/

Nationella prov i matematik:

www.umu.se/edmeas/np/information/np-tidigare-prov.html

Gamla högskoleprov:

www.umu.se/edmeas/hprov/

Litteraturtips

Vi rekommenderar för närvarande Matematik 3000 kurs C /Komvux som lärobok, men det finns även andra bra läromedel. Ibland kan det vara en fördel att se saker förklarade på andra sätt eller mer ingående. Nedan följer några tips på böcker att låna och läsa.

Läromedel

- Räkna till Max Kurs C, *Danielsson m fl*, Gleerups Förlag.

Formelsamling

- .Tabeller och formler, *Ekbom, L., Lillieborg, S. och Bergström, L.*, Liber AB,

Böcker om matematik och matematiker

Matematikhistoria ingår i kursmålen.

- Matematikens kulturhistoria, *John McLeish*, Forum
- Människorna bakom matematiken, *Jan Unenge*, Studentlitteratur
- Om mått och män, *Sten von Friesen*, Bra Böcker
- Liten guide för matematiska problemlösare, *Bengt Ulin*, Natur och Kultur
- Matematik med kalkylprogram, *D. Sjöstrand och P. Melander*, YD Science&Arts
- Matematiska nedslag i historien, *Stig Olsson*, Ekelunds Förlag AB
- Matematiska nedslag i talens värld, *Stig Olsson*, Ekelunds Förlag AB

Att känna till något om hur dagens matematiska kunskap växt fram i olika kulturer och veta lite om de människor som bidragit till detta är dessutom både intressant och allmänbildande.

Låna gärna böcker på biblioteket eller stöd en lokal bokhandel ifall du vill köpa böcker. Om de inte har boken hemma kan de beställa hem den. Du kan även beställa själv direkt från förlag. Prova gärna prisjämförelsetjänsten på www.bokfynd.nu.

Nätbokhandel

Akademibokhandeln	www.akademibokhandeln.se
Internetbokhandeln	08-618 32 60, www.internetbokhandeln.se

Förlag

Ekelunds Förlag AB	08-82 13 20, www.ekelunds.se
Forum	08 - 696 83 68, www.forum.se
Gleerups AB	040-20 98 00, www.gleerups.se
Natur och Kultur	08-453 86 00, www.nok.se
Studentlitteratur	046-31 20 00, www.studentlitteratur.se

Övrigt om kursen

Din lärare

Din lärare är en av de viktigaste personerna för dina studier. Du är alltid välkommen att kontakta med din lärare. Det gäller både om du vill ha hjälp med enskilda uppgifter eller om det är större avsnitt som känns svåra. **Telefonnummer och epost-adress finns på välkomstbrevet från din lärare.** Är din lärare inte tillgänglig och hjälpbehovet är stort kan du ringa till oss dagtid och be att få prata med en annan lärare.

Studievägledning och studiestödsinformation

Har du funderingar kring studietakt, studieupplägg med mera kollar du på <http://utbildning.cfl.se>, ringer någon studievägledare 0771-25 50 00 eller skriver till studievagledare@cfl.se.

Nationellt centrum för flexibelt lärande

Vill du kontakta någon av våra skolenheter finns de uppgifter du behöver här nedan.

Härnösand

Nationellt centrum för
flexibelt lärande
Brunnshusg. 4,
Box 3024,
871 03 Härnösand
Tfn: 0771-25 50 00
Fax: 0611-55 79 80
E-post Härnösand:
harnosand@cfl.se

Norrköping

Nationellt centrum för
flexibelt lärande
Värdshusg. 4,
Box 2024,
600 02 Norrköping
Tfn: 0771-25 50 00
Fax: 011-10 12 90
E-post Norrköping:
norrkoping@cfl.se

Uppgifter om myndighetens kansli mm finns på vår hemsida www.cfl.se

Problemlösning

Att bli bra i matematik handlar mycket om att ha en bra tanke-teknik. Därför är det bra att börja med några tips om hur man angriper ett matematiskt problem. Om du har boken Matematik 3000 kurs A kan du läsa de första sidorna i kapitel 5.6 som handlar om problemlösning och studera exemplen där.

1. Förstå problemet.

Vad söker man? Vad är givet?
Verkar problemet rimligt?
Rita en figur om det går.
Inför lämpliga beteckningar.



2. Gör upp en plan.

Har du sett detta tidigare?
Har du sett eller löst något liknande förut?
Kan du dela in i delproblem?
Kan du lösa eventuella delproblem?
Vilka fakta saknas?
Var får du tag på fakta som saknas?

3. Genomför planen.

Kontrollera varje steg. Fungerar det inte gör du upp en ny plan.

4. Se tillbaka. **Glöm inte detta steg!**

Är resultatet rimligt? Kan man lösa problemet på ett annat sätt? Är resultatet eller metoden användbar i andra sammanhang?

Ovanstående tips är användbara inom fler ämnesområden än matematik. Läs dem noga och fundera på hur du själv brukar göra när du löser problem.

Studieenheter

På de följande sidorna presenteras kursen studieenheter lite mer ingående. Öva du så mycket du behöver på motsvarande avsnitt i läroboken, Därefter gör du det studiearbete som hör till och skickar det till din lärare. Följ de anvisningar som finns på för-sättsbladet på studiearbetet.

Ett tips är att jobba med studiearbetet som om det är ett prov: lägg undan läroboken, ta fram formelsamling, papper, penna, miniräknare med mera och lös uppgifterna. Du behöver inte ha rätt på alla uppgifter för att skicka in studiearbetet men du bör ha försökt lösa dem.

Du kommer väl ihåg detta?

Gällande siffror:

Med hur många siffrors noggrannhet kan man ange ett svar egentligen? Det beror på hur många siffrors noggrannhet man har i talen man arbetar med. Till vardags arbetar vi ofta med närmevärden, inte med exakta tal.

De tumregler som gäller är:

Addition och subtraktion:	Lika många decimaler i svaret som termen med minst antal decimaler. EX $1,02 + 14,4431 = 15,4631 \approx 15,46$
Multiplikation och division:	Lika många gällande siffror i svaret som i talet med det minst antal gällande siffror EX $4,2 \cdot 13,63 = 57,246 \approx 57$

Ha med så många siffror som möjligt i dina beräkningar. Avrunda till ett lämpligt antal gällande siffror i svaret.

Hur vet man hur många gällande siffror det är i ett tal?

Närmevärde	Gällande siffror	Kommentar
23,6	3	Alla siffror gäller
3,0034	5	Nollor inuti gäller
0,00 95	2	Nollor i början gäller ej
0,0 4500	4	Decimalnollor i slutet gäller

Studieenhet Funktioner, del 1

Denna studieenhet handlar om polynom, rationella uttryck och begreppet $f(x)$.

Mål för avsnittet:

- kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser
- kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner
- kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering
- känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang

Exempel på frågeställningar och uppgifter

I. Lös ekvationen $(x+4)(x^2-36)=0$

II. Låt $f(x) = 3x^2 + 2$. Förenkla uttrycket $f(x+h) - f(x)$ så långt som möjligt.

III. För vilket värde på x är inte $y = \frac{14}{2-x}$ definierad?

Polynom

Repetera begreppet polynom, räkneregler för polynom, faktorisering av polynom samt polynom i faktorform och lösning av andragsradsekvationer. Avsnittet är viktigt för hela kursen, färdigheterna kommer att behövas fler gånger så håll detta aktuellt.

Rationella uttryck

Här kommer ett nytt begrepp, ”rationellt uttryck”. Med det menas ett uttryck med ett polynom i nämnaren t ex

$$\frac{3x-7}{2-x} \quad \text{och} \quad \frac{4}{x^2-3} .$$

När man arbetar med rationella uttryck måste man hålla i minnet att dessa inte är definierade för de x -värden som gör att nämnaren blir lika med noll. I det första exemplet ovan är uttrycket ej definierat för $x = 2$, i det andra är uttrycket ej definierat för $x = \sqrt{3}$. Vissa x -värden ingår alltså inte i funktionens definitionsområde. Endast tal ur en funktions definitionsområde kan generera tal till funktionens värdesområde.

Funktionsbegreppet

Från och med nu används den allmänna beteckningen $f(x)$ för funktioner av x (står det $f(t)$ är det en funktion av t). Denna beteckning är mycket vanlig, därför är det viktigt att du förstår den. Det är värt tiden att nöta på det här så att det sitter, du behöver det resten av hela kursen.

Nu är det dags att göra det första studiearbetet, Repetition och algebra, och skicka till din lärare.

Reflektera över vad du lärt dig, hur du lärt dig, vad som var svårt och så vidare i detta avsnitt. Skriv gärna ner det på raderna här under. Kontakta din lärare om du vill diskutera något.

Studieenhet Funktioner, del 2

Denna studieenhet handlar om exponentialfunktioner, potensfunktioner och logaritmer.

Mål för avsnittet:

- kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning
- kunna beskriva och använda egenskaper hos några potensfunktioner

Exempel på frågeställningar och uppgifter

- I. En dator minskade i värde från 18000 kr till 2000 kr på fem år. Vilken årlig värdeminskning i procent motsvarar detta?
- II. Kalle köper en lägenhet för 185000 kr. Han räknar med att den stiger i värde med 10% per år. När är den värd 250000 kr?
- III. En patient har 20 $\mu\text{g/l}$ av ett läkemedel i blodet kl 8 på morgonen. Kl 12 är halten 10 $\mu\text{g/l}$ och klockan 16 är halten 5 $\mu\text{g/l}$. När är halten 0,5 $\mu\text{g/l}$?

Exponential- och potensfunktioner

Exponentialfunktioner är mycket viktiga när man studerar eller gör kalkyler för sådant där tillväxten eller minskningen är en konstant procentuell förändring. T ex om värdeminskningen på en bil är 11% per år, hur mycket är den värd om 7 år om den idag är värd 60000 kr?

Repeteras potenslagarna från A-kursen och träna på att lösa andragradsekvationer.

Från A-kursen kommer du kanske ihåg att $\sqrt{x} = x^{0,5}$.

Det betyder att $x^2 = 14 \Rightarrow x = \sqrt{x^2} = \sqrt{14} = 14^{1/2}$

Ekvationer av högre grad kan lösas på motsvarande sätt

$$x^5 = 63 \Rightarrow x = 63^{1/5}$$

$$x^{3/2} = 87 \Rightarrow x = 87^{2/3}$$

Logaritmer

Här får du lära dig logaritmlagarna och att lösa exponentialekvationer med hjälp av logaritmer. Det gäller samma sak som alltid för ekvationslösning: det du gör med höger led måste du också göra med vänster led. Här gäller alltså att logaritmerar du höger led måste du logaritmera vänster led. Det spelar ingen roll om du använder naturliga logaritmer, \ln , eller tio-logaritmer, \lg (log på miniräknaren) när du löser problemen så länge som du är konsekvent och använder samma logaritmsystem i vänster led och höger led, se exemplen nedan.

$$3^x = 57$$

$$\ln 3^x = \ln 57$$

$$x \ln 3 = \ln 57$$

$$x = \frac{\ln 57}{\ln 3} \approx 3,68$$

$$3^x = 57$$

$$\log 3^x = \log 57$$

$$x \log 3 = \log 57$$

$$x = \frac{\log 57}{\log 3} \approx 3,68$$

Logaritmlagarna finns även i formelsamlingen.

Nu är det tid att göra studiet arbetet Funktioner och skicka till din lärare.

Reflektera över vad du lärt dig, hur du lärt dig, vad som var svårt och så vidare i detta avsnitt. Skriv gärna ner det på raderna här under. Kontakta din lärare om du vill diskutera något.

Studieenhet Derivator, del 1

Denna studieenhet handlar om förändringshastigheter, begreppet derivata och deriveringsregler.

Mål för avsnittet:

- kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf
- kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs

Exempel på frågeställningar och uppgifter

- Beräkna medellutningen på kurvan $y=x^3$ i intervallet $-1 \leq x \leq 2$.
- Hanna besväras av myror i sitt hus och lägger ut gift för att bli av med dem. I myrboet finns det $N(t)$ myror där t är tiden i dygn.
 - Vad betyder $N(2)=20\ 000$?
 - Vad betyder $N'(2)=-500$?

Förändringshastigheter

Detta förbereder dig för kursens absolut viktigaste moment: derivator. Studera kurvors genomsnittliga lutning i ett visst intervall, den så kallade ändringskvoten. Du har tidigare räknat med sådana på B-kursen då du bestämde lutningen för en rät linje, nu är det fråga om att bestämma medellutningen på en krökt kurva. Ändringskvoten för det aktuella intervallet är i själva verket inget annat än riktningskoefficienten för den räta linje som går genom de två punkter på kurvan som begränsar intervallet.

Ändringskvoten kallas ibland för differenskvoten, en mycket bra beskrivning av vad det är fråga om; kvoten mellan två differenser

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

Med hjälp av detta kan du bilda dig en uppfattning om hur mycket en kurva lutar i en punkt. Den räta linje som endast går genom denna punkt på kurvan lutar lika mycket som kurvan lutar kallas kurvans tangent.

Begreppet derivata

Derivatans definition och tolkning är troligtvis helt nya områden inom matematiken för dig. Ta därför god tid på dig att läsa, räkna och förstå detta. Dra dig inte för att ta kontakt med din lärare om du tycker att detta är svårt.

Derivat av en funktion talar om hur värdet av funktionen ändrar sig i en viss punkt.

Om funktionen är $f(x)$ skrivs derivatan $f'(x)$.

Då betyder $f'(3)$ riktningskoefficienten för den linje som precis tangerar kurvan då $x = 3$. Eftersom denna speciella linje endast tangerar kurvan kallas den för tangent.

Observera att $f'(x)$ är en konstant om $f(x)$ är en linjär funktion, om $f(x)$ är en icke-linjär funktion är även $f'(x)$ en funktion av x (kurvan lutar ju olika mycket på olika ställen).

Många avancerade beräkningar, både inom teknik och ekonomi, bygger på att man kan räkna på hur olika storheter varierar med t ex tiden. Tänker du studera mer matematik eller ämnen där matematik är ett viktigt verktyg på gymnasienivå eller högre så kommer du garanterat att stöta på derivator en hel del. Passa på att lägga en bra grund redan nu, det lönar sig.

Deriveringsregler

En viktig bit av matematiken är att upptäcka mönster och ur dem kunna dra allmängiltiga slutsatser. Dessa slutsatser kallas ofta regler (t ex konjugatregeln) eller satser (t ex Pythagoras sats). Om du tar fram derivator för olika funktioner enligt definitionen ett antal gånger kommer du att kunna se matematiska mönster som kan sammanfattas till regler. Eftersom många redan har gjort det behöver du inte göra det om du inte vill, det viktigaste är att du kan tillämpa dessa deriveringsregler.

Nu är det dags att göra studiearbete 3, Förändringskvoter och derivator, och skicka till din lärare.

Reflektera över vad du lärt dig, hur du lärt dig, vad som var svårt och så vidare i detta avsnitt. Kontakta din lärare om du vill diskutera något.

Studieenhet Derivator, del 2

Denna studieenhet handlar om sambandet mellan derivator och grafer samt tillämpningar av derivator.

Mål för avsnittet:

- kunna använda derivatan för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf.
- kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf.
- kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafitande hjälpmedel.
- känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang.

Exempel på frågeställningar och uppgifter

- I. Derivera med hjälp av deriveringsreglerna $y=5x^4+7x^2$
- II. Bestäm ekvationen till tangenten i till kurvan $y=x^2+5$ i punkten (3, 14)
- III. Befolkningsmängden N personer i en kommun antas följa modellen $N(t)=24500e^{0,098t}$ under de närmaste 10 åren. Bestäm $N'(7)$.

Vad säger derivatan om grafen?

Här får du lära dig hur man med hjälp av derivator kan undersöka en kurvas utseende. Tecknet, + eller -, för derivatan $f'(x)$ avgör om funktionen är växande (om x ökar så ökar $f(x)$) eller avtagande (om x ökar så minskar $f(x)$).

Derivatans tecken	Funktionen är	Tangentens riktningskoefficient
+	växande	positiv
-	avtagande	negativ

För det x där derivatan $f'(x) = 0$ har funktionen $f(x)$ en lokal maximipunkt, lokal minimipunkt eller en terasspunkt. Genom att undersöka tecknet på derivatan kring detta x -värde kan man ta reda på vilken typ av punkt det är.

Teckenväxling	Punkt
+0 –	maximipunkt
–0 +	minimipunkt
+0+, –0–	terasspunkt

Då koordinaterna efterfrågas för funktionens extremvärden och/eller terasspunkter gör man så här:

- x -koordinaten är det x för vilket $f'(x) = 0$,
- y -koordinaten är det värde du får då du sätter in x -koordinaten i $f(x)$.

Ibland efterfrågas funktionens största och minsta värde inom ett givet intervall. Då måste även $f(x)$ på intervallgränsen beräknas eftersom dessa funktionsvärden kan vara större än lokala maxima eller mindre än lokala minima i intervallet.

Tillämpningar

Eftersom derivatan är ett kraftfullt matematiskt verktyg för att hitta extremvärden är den användbar inom många områden. Det kan vara allt från ekonomi till fysik. Kan man beskriva verkligheten som en matematisk funktion kan man söka maximivärden och minimivärden till funktionen med hjälp av derivatan. Är modellerna ”enkla” kan man hitta derivatan analytiskt, dvs med hjälp av deriveringsreglerna. Om det är fråga om mer avancerade funktioner kan man behöva göra deriveringen numeriskt, dvs med hjälp av miniräknare eller dator. I sådana fall tar man hjälp av derivatans definition. Många miniräknare har sådana metoder förprogrammerade från tillverkaren. Funktionen betecknas t ex n Deriv eller $d/dx()$. Kontrollera hur det är med din räknare.

Nu är det dags att göra studiearbete 4, Derivator och kurvor, och skicka till din lärare. Anmäl dig också till den avslutande examinationen om du inte redan har gjort det.

Reflektera över vad du lärt dig, hur du lärt dig, vad som var svårt och så vidare i detta avsnitt. Kontakta din lärare om du vill diskutera något.

Studieenhet Summor

Denna studieenhet handlar om talföljder och summor av geometriska talföljder.

Mål för avsnittet:

- kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd

Exempel på frågeställningar och uppgifter

- I. Vilket är nästa tal i talföljden 3, 4, 16/3, ... ?
- II. Beräkna summan $2 + 2 \cdot 1,2 + 2 \cdot 1,2^2 + \dots + 2 \cdot 1,2^{14}$.
- III. Kalles mormor köper varje jul aktier till Kalle för 1000 kr. Hon räknar med att aktierna skall stiga i värde med 15% varje år. Den artonde julen får Kalle aktierna för att kunna säljas och användas till ett körlektioner. Hur mycket är aktierna värda om mormors kalkyl håller?

Talföljder

Talföljder är följder av tal som skrivs i en viss ordning och där varje tal bildats efter någon regel. Dessa regler kan se ut på många sätt. Regeln kan till exempel vara att nästa tal i följd är 5 större än det föregående: 2, 7, 12... (exempel på en aritmetisk talföljd) eller att nästa tal är tre gånger så stort som det föregående: 2, 6, 18, 54... (exempel på en geometrisk talföljd). Sådana regler kan sammanfattas i formler när man väl har upptäckt mönstret i talföljden. Träna både att räkna ut vad ett tal i en talföljd skall bli med hjälp av en färdig formel och att själv finna mönstret och sammanfatta det i en formel.

Summor

Ofta är man intresserad av att summera alla tal i en begränsad talföljd. När det gäller summan för aritmetiska talföljder (där differensen är konstant mellan två på varandra följande tal) och när det gäller summan för geometriska talföljder (där kvoten är konstant mellan två på varandra följande tal) finns det färdiga formler hur man relativt snabbt och enkelt gör sina beräkningar. I din lärobok presenteras dessa formler och man visar också hur man själv kan komma fram till dessa formler. Givetvis finns dessa summaformler även i formelsamlingen.

Tillämpningar

Geometrisk summor är användbara t ex om man vill räkna hur mycket pengar man har på ett bankkonto efter ett antal år om räntan är konstant och man under tiden sätter in ett visst bestämt belopp med jämna mellanrum eller för att beräkna koncentrationen av ett läkemedel i kroppen som tillförs satsvis (t ex injiceras) samtidigt som det även bryts ner med en viss hastighet.

Nu är det dags att göra studiearbete 5, Talföljder och summor, och skicka till din lärare. Därefter repeterar du kursen.

Alla studiearbeten skall vara bedömda innan du kan delta i examinationen!

Reflektera över vad du lärt dig, hur du lärt dig, vad som var svårt och så vidare i detta avsnitt. Kontakta din lärare om du vill diskutera något.