FORMLER TILL NATIONELLT PROV I MATEMATIK KURS A, B OCH C

ALGEBRA

Kvadreringsregler $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Konjugatregeln $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Andragradsekvationer Ekvationen $x^2 + px + q = 0$ har rötterna

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{och} \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

varvid $x_1 + x_2 = -p$ och $x_1 \cdot x_2 = q$

ARITMETIK

Prefix

Tiopotens	Namn	Beteckning
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hekto	h
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	mikro	*m*
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	piko	p

Potenser För reella tal *x* och *y* och positiva tal *a* och *b* gäller

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \left(a^x\right)^y = a^{xy}$$

$$a^x b^x = (ab)^x \qquad \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \qquad a^0 = 1$$

Logaritmer

För positiva tal x och y gäller:

$10^x = y\,,\; x = \lg y$ $\qquad$ $e^x = y\,,\; x = \ln y$

$\lg xy = \lg x + \lg y$ $\qquad$ $\lg \frac{x}{y} = \lg x - \lg y$

$\lg x^p = p \cdot \lg x$

Aritmetisk summa

$$\mathrm{a}_1 + \mathrm{a}_2 + \ldots + \mathrm{a}_\mathrm{n} = \frac{\mathrm{n}(\mathrm{a}_1 + \mathrm{a}_\mathrm{n})}{2}$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \ \ldots\ + ak^{n-1} = \frac{ak^n - a}{k-1} \quad \text{där } k \neq 1$$

DIFFERENTIALKALKYL

Derivata

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Funktion	Derivata
x^a	ax^{a-1}
e^x	e^x
e^{kx}	$k\,e^{kx}$
$\mathrm{a}^x \quad a > 0$	$a^x \ln a$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

FUNKTIONSLÄRA

Räta linjen

$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ — riktningskoefficient för linje genom punkterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2) där $x_1 \neq x_2$

$y = kx + m$ — linje med riktningskoefficienten k genom punkten $(0,m)$

$y - y_1 = k(x - x_1)$ — linje med riktningskoefficienten k genom punkten (x_1, y_1)

$k_1 \cdot k_2 = -1$ — villkor för vinkelräta linjer

Exponentialfunktioner $y = C \cdot a^x$ C och a är konstanter
$a > 0$ och $a \neq 1$

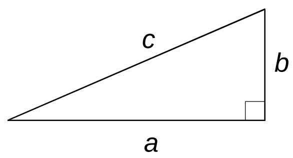
$y = y_0 a^t$	$y = y_0 e^{kt}$	exponentiell förändring y_0 är värdet av y vid tiden $t = 0$
$a > 1$	$k > 0$	exponentiellt växande
$0 < a < 1$	$k < 0$	exponentiellt avtagande

Potensfunktioner Potensfunktioner kan beskrivas med formler som innehåller potenser av en (eller flera) variabler,

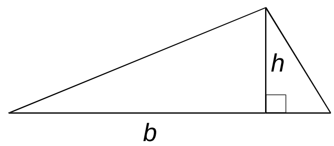
t.ex. $f(x) = x^{2,5} + 2x^{-\frac{1}{3}} - \sqrt{x}$

GEOMETRI

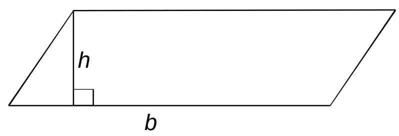
Pythagoras sats $a^2 + b^2 = c^2$



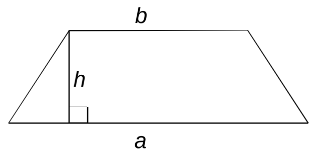
Triangel area $= \dfrac{bh}{2}$



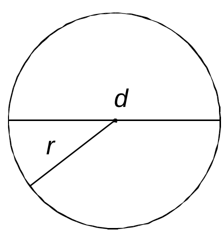
Parallellogram area $= bh$



Parallelltrapets area $= \dfrac{h(a+b)}{2}$



Cirkel area $= pr^2 = \dfrac{pd^2}{4}$

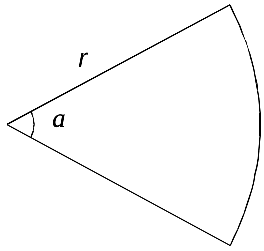


omkrets $= 2pr = pd$

Cirkelsektor

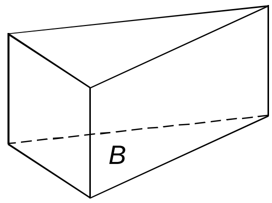
bågen $b = \frac{a}{360} \cdot 2pr$

area $= \frac{a}{360} \cdot pr^2 = \frac{br}{2}$



Prisma

volym $= Bh$

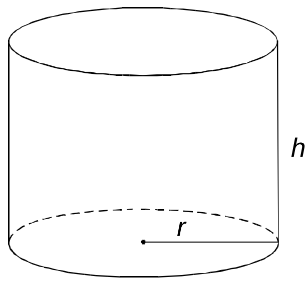


Cylinder

Rak cirkulär cylinder

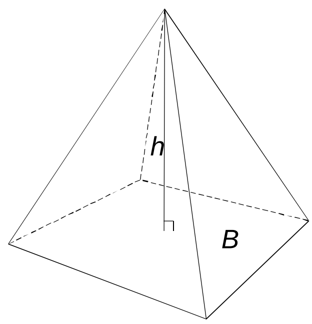
volym $= pr^2 h$

mantelarea $= 2prh$



Pyramid

volym $= \frac{Bh}{3}$

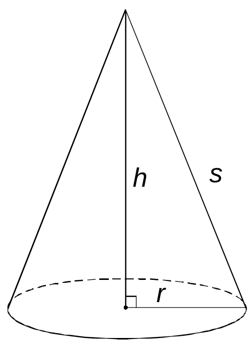


Kon

Rak cirkulär kon

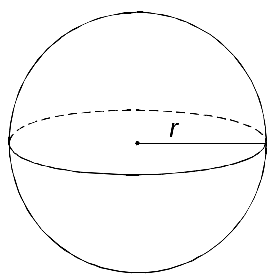
volym $= \frac{pr^2 h}{3}$

mantelarea $= prs$



Klot

volym $= \frac{4pr^3}{3}$ area $= 4pr^2$

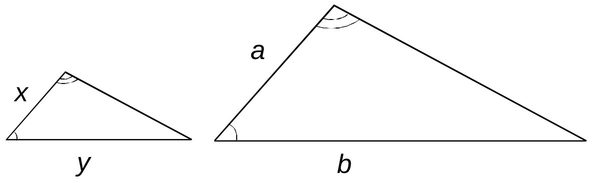


Likformighet

Likvinkliga trianglar

är likformiga

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$



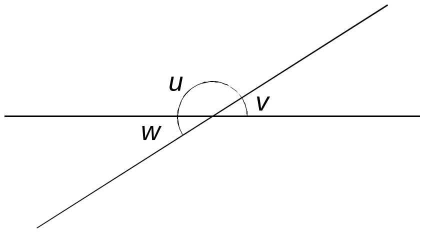
Skala

Areaskalan = (Längdskalan)^2 Volymskalan = (Längdskalan)^3

Vinklar

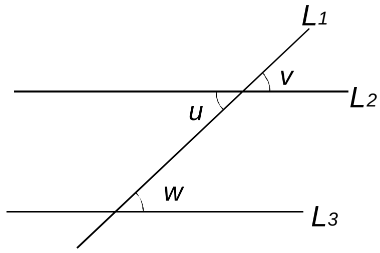
När två räta linjer skär varandra är

- sidovinklars summa 180º (t.ex. $u + v$ =180º)
- vertikalvinklar lika stora (t.ex. $w = v$).



När en linje L_1 skär två andra inbördes parallella linjer L_2 och L_3 så är

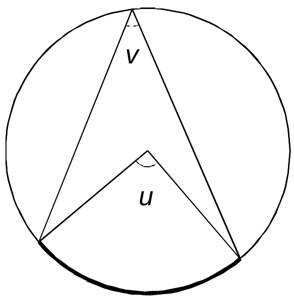
- likbelägna vinklar lika stora (t.ex. v = w)
- alternatvinklar lika stora (t.ex. $u = w$).



Omvänt gäller att om alternatvinklar eller likbelägna vinklar är lika stora så är linjerna L_2 och L_3 parallella.

Randvinkelsatsen

Medelpunktsvinkeln till en cirkelbåge är dubbelt så stor som randvinkeln till samma cirkelbåge ($u = 2v$).



STATISTIK OCH SANNOLIKHETSLÄRA

Typvärde

Det eller de värden som har högsta frekvensen kallas **typvärde**.

Variationsbredd

Skillnaden mellan det största observerade värdet och det minsta kallas **variationsbredd**.

Median

Om alla observerade värden i ett statistiskt material sorteras i storleksordning så kallas det mittersta värdet för **medianen**. Vid ett jämnt antal observationer så beräknas medianen som medelvärdet av de båda mittersta observationerna.

Kvartil och kvartilavstånd

Kvartiler delar in ett material som sorterats i storleksordning i fjärdedelar. Det värde som avgränsar de 25 % lägsta observerade värdena kallas första eller **undre kvartil**. Det värde som avgränsar de 25 % högsta observerade värdena kallas tredje eller **övre kvartil**.
Skillnaden mellan övre och undre kvartil kallas **kvartilavstånd**.

Medelvärde

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2....+x_n}{n}$$

Varians

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 +....(x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

Standardavvikelse

$$s = \sqrt{\text{variansen}}$$

Slumpförsök

Sannolikheten för en händelse kan approximeras med relativa frekvensen för händelsen vid ett stort antal genomförda försök.

Flerstegsförsök

Sannolikheten för ett visst utfall i ett flerstegsförsök kan fås genom multiplikation av sannolikheterna för de gynnsamma utfallen i varje steg.

Likformig sannolikhet

$$P(A) = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

Komplementhändelse

$$P(A) + P(B) = 1$$

Oberoende händelser

$$P(A \text{ och } B) = P(A) \cdot P(B)$$

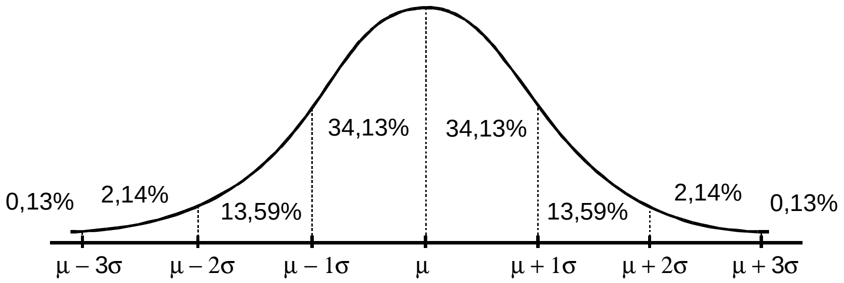
Additionsregler

För två händelser A och B som saknar gemensamma utfall så gäller att
$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B)$

För två händelser A och B som har gemensamma utfall så gäller att
$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ och } B)$

Normalfördelning

För normalfördelade material med medelvärdet (väntevärdet) μ och standardavvikelsen σ så gäller att andelen observationer inom olika intervall fördelar sig enligt nedan:



Observerade värden *x* i intervallet	Andel av alla observationer
$m \le x \le m + s$	34,13 %
$m + s \le x \le m + 2s$	13,59 %
$m + 2s \le x \le m + 3s$	2,14 %
$m + 3s \le x \le m + 4s$	0,13 %
$m - s \le x \le m + s$	68,27 %
$m - 2s \le x \le m + 2s$	95,45 %
$m - 3s \le x \le m + 3s$	99,73 %

Binomialfördelning

$\bar{x} = p \cdot n$ medelvärde

$s = \sqrt{np(1-p)}$ standardavvikelse

$\bar{x} \pm k \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}$ konfidensintervall

k = 1,96 (95%)
k = 2,58 (99%)

TRIGONOMETRI

Rätvinkliga trianglar: $\cos\ v = \dfrac{a}{c}$ $\sin\ v = \dfrac{b}{c}$ $\tan\ v = \dfrac{b}{a}$